

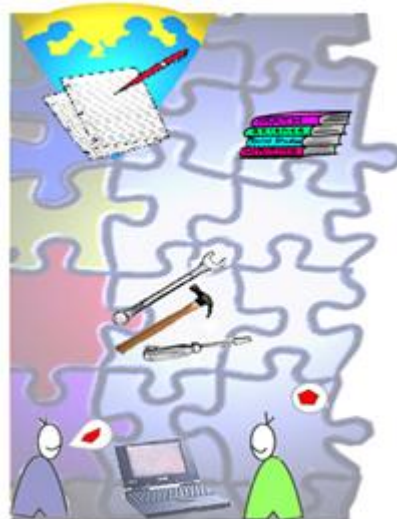


Το Μάθημα της Διερεύνησης

**Παιδαγωγική αξιοποίηση των Ψηφιακών
Τεχνολογιών**

για τη διδακτική των μαθηματικών

Από την έρευνα στη Σχολική Τάξη



Χρόνης Κυνηγός

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

Στον πατέρα μου Μάρκο Κυνηγό.

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

ΠΡΟΛΟΓΟΣ 4

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ‘ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗΣ’ 7

Το μάθημα της Διερεύνησης ως συστημική παρέμβαση 10

Η εφαρμογή του μαθήματος της Διερεύνησης σε σχολεία 12

Η σχέση του μαθήματος της Διερεύνησης με τα μαθηματικά 15

Το μάθημα της Διερεύνησης ως όχημα εφαρμοσμένης έρευνας. 18

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΨΗΦΙΑΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΓΙΑ ΤΗ ΜΑΘΗΣΗ 23

Βασικές έννοιες 24

Ψηφιακές τεχνολογίες και πρόσθετη παιδαγωγική αξία 25

Οι τεχνολογίες μέσα από τη χρήση τους στην εκπαιδευτική πράξη 29

Η σημασία της βαθιάς πρόσβασης στις λειτουργικότητες της τεχνολογίας 31

Ταξινομήσεις ψηφιακών τεχνολογιών για την εκπαίδευση 35

Η ταξινόμηση με βάση τη διερευνητική μάθηση 38

Η διερευνητική μάθηση ως πρόσθετη παιδαγωγική αξία 38

Ψηφιακές τεχνολογίες για διερευνητική μάθηση 42

Μαθησιακές δραστηριότητες με διερευνητικό λογισμικό 43

Μαθησιακές δραστηριότητες με διερευνητικό λογισμικό για τα μαθηματικά 51

Πρόλογος

Η ελληνική βιβλιογραφία σχετικά με τα θέματα της διδακτικής συγκεκριμένων αντικειμένων και της εκπαιδευτικής τεχνολογίας, μας έχει προσφέρει τα τελευταία χρόνια μια αξιόπιστη και χρήσιμη πηγή συνθετικών περιγραφών της διεθνούς ερευνητικής και ακαδημαϊκής βιβλιογραφίας (Κολέζα, 2000, Βοσνιάδου, 2005). Εάν προσθέσουμε και τη γρήγορα αυξανόμενη σε όγκο μεταφρασμένη ξένη βιβλιογραφία στα δύο αυτά θέματα, έχουμε και στη χώρα μας ένα πλούσιο υλικό για τον εκπαιδευτικό, το γονέα, το φοιτητή και τον ενδιαφερόμενο πολίτη. Στο βιβλίο αυτό προσπάθησα πρώτα απ'όλα να συγκεράσω αυτά τα δύο πεδία, να συνεισφέρω δηλαδή στην επιστημονική συζήτηση για τη διδακτική των μαθηματικών μέσα στο πλαίσιο της αξιοποίησης της ψηφιακής τεχνολογίας στην εκπαιδευτική πράξη. Η οπτική αυτή δίνει τη δυνατότητα μελέτης νέων πτυχών της μαθησιακής και διδακτικής διαδικασίας. Δεύτερο, προσπάθησα να αναδείξω πώς η συζήτηση αυτή και η επιστημονική θέση που την πλαισιώνει εξελίχθηκε μέσα από την υπερδεκαετή εμπειρία με την εφαρμοσμένη εμπειρική έρευνα σε πραγματικές σχολικές συνθήκες που αποκτήθηκε στο εργαστήριο εκπαιδευτικής τεχνολογίας. Τέλος, στην προσπάθεια το περιεχόμενο του βιβλίου να είναι αξιοποιήσιμο από ένα ευρύ αναγνωστικό κοινό, εστίασα σε ένα χειροπιαστό παράγωγο της ερευνητικής μας δραστηριότητας. Πρόκειται για το άτυπο 'μάθημα της Διερεύνησης', το οποίο μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε σχολείο ή ακόμα και στο σπίτι από ομάδες συνεργαζόμενων μαθητών και το οποίο για μας αποτέλεσε το όχημα εμπειρικής έρευνας και παράλληλα την πρότασή μας για τη σταδιακή εγκαθίδρυση καινοτομίας με πρόσθετη παιδαγωγική αξία στο εκπαιδευτικό μας σύστημα, βασισμένης στην αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας.

Χαρακτηριστικό του βιβλίου είναι ότι βασίζεται σε εφαρμοσμένη έρευνα που έγινε στη χώρα μας τα τελευταία δεκαπέντε και πλέον χρόνια σε πραγματικές σχολικές συνθήκες. Όποιος, βέβαια, έχει κάνει επιστημονική έρευνα, ιδίως στις επιστήμες της αγωγής, γνωρίζει τον ακατάστατα εξελισσόμενο και

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

αναδυόμενο χαρακτήρα της γνώσης μας για τη διδασκαλία και τη μάθηση. Γνωρίζει επίσης τις αναπόφευκτες ατέλειες, παλινδρομήσεις, αναπροσδιορισμούς, απογοητεύσεις και εμπόδια, που αποτελούν τρόπο ζωής για τον ερευνητή, ιδίως στη σχέση του με την πραγματικότητα των σχολείων. Τέλος, γνωρίζει ότι η κάθε ερμηνεία, σύνθεση ερευνητικών δομημάτων και πρόταση καινούργιων είναι σε μεγάλο βαθμό υποκειμενική και αντικείμενο κριτικής με στόχο την επόμενη προσπάθεια. Μέσα στο πλαίσιο αυτό, ο γράφων επιχειρεί να περιγράψει την ερευνητική αυτή εμπειρία ώστε να χρησιμεύσει ως εργαλείο ενημέρωσης, έμπνευσης για την αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας στην εκπαίδευση αλλά και κριτικής στο συνεχιζόμενο διάλογο για το εξαιρετικά περίπλοκο αυτό θέμα.

Η έρευνα αυτή έγινε στα πλαίσια των δραστηριοτήτων του Εργαστηρίου Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας του Τομέα Παιδαγωγικής του Τμήματος Φ.Π.Ψ. της Φιλοσοφικής Σχολής του Πανεπιστημίου της Αθήνας, το οποίο άρχισε ουσιαστικά να λειτουργεί το 1993 και επισημοποιήθηκε το 1999 (<http://etl.ppp.uoa.gr>). Εκτός από τον Τομέα Παιδαγωγικής στο οποίο ανήκει το εργαστήριο, η έρευνα αυτή υποστηρίχθηκε και από μια σειρά ερευνητικών και αναπτυξιακών έργων του Υπ.Ε.Π.Θ., της Γ.Γ.Ε.Τ. και της Ευρωπαϊκής Κοινότητας στα οποία το εργαστήριο άλλοτε συμμετείχε ως ανάδοχος και άλλοτε ως συνεργαζόμενος φορέας. Στα επιμέρους έργα συμμετείχαν υποψήφιοι διδάκτορες, διδάκτορες και εξωτερικοί επιστημονικοί συνεργάτες του εργαστηρίου, τους οποίους και ευχαριστώ ιδιαίτερα για την πολυτίκωλη συνεισφορά τους. Ευχαριστώ επίσης τους φίλους και συνεργάτες μου στην Ομάδα Μαθησιακής Τεχνολογίας της EM3 του Ε.Α.Ι.Τ.Υ. για όλα αυτά τα χρόνια που συνεχώς βρίσκαμε τρόπους να συγκεράσουμε τις ερευνητικές και αναπτυξιακές δραστηριότητες στις επιστήμες της Αγωγής και της Πληροφορικής. Ιδιαίτερη μνεία οφείλω στους συναδέλφους Καθ. Θ. Χατζηλάκο και Χ. Ζαγούρα από το Ε.Α.Ι.Τ.Υ., καθώς και στην επιστημονική επιτροπή του ίδιου οργανισμού για θέματα επιμόρφωσης, καθ. κ. Δ. Ψύλλου, Επ. Καθ. κ. Δ. Κουτσογιάννη, Επ. Καθ. κ. Β. Δαγδιλέλη και επ. Καθ. κ. Β. Κόμη, για τη γόνιμη συνεργασία στην προσπάθεια να συνεισφέρουμε στις

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

πρωτοβουλίες του Υπ.Ε.Π.Θ. για την ένταξη των ψηφιακών τεχνολογιών στη βασική εκπαίδευση από το 1996. Η συμμετοχή και η συνεργασία μεγάλου αριθμού μαθητών και των εκπαιδευτικών τους στα πέντε σχολεία που εφαρμόστηκε το μάθημα της Διερεύνησης ήταν πολύτιμη και γι αυτό τους ευχαριστώ, ελπίζω δε να ωφελήθηκαν πολύ περισσότερο οι ίδιοι από την εμπειρία αυτή. Οι διευθύνσεις των σχολείων όμως ήταν αυτές που με τη διορατικότητά τους και το παιδαγωγικό τους όραμα και θάρρος, καλλιέργησαν το κλίμα αποδοχής και συμμετοχής στο σχολικό περιβάλλον. Για το λόγο αυτό οφείλω ιδιαίτερη μνεία στο Μάρκο Κυνηγό, διευθυντή του Κολλεγίου Ψυχικού και Κωστή Κοντογιάννη, διευθυντή του Γυμνασίου του ίδιου σχολείου με το οποίο είχαμε την μακρότερη, από το 1987, συνεργασία, την Μπέσυ Αλιβιζάτου και την Μαίρη Παναγιωτοπούλου, συνδιευθύντριες της Σχολής Χίλλ, τον Ιωάννη Βερέμη, διευθυντή του 4^{ου} Δημοτικού Λάρισας, τον Παναγιώτη Καραβάνα, διευθυντή των Σχολών Καραβάνα Λάρισας και τον Δημήτρη Βαμβουκλή, διευθυντή του Δημοτικού Σχολείου Καλλονής Λέσβου, καθώς και τη Μυρσίνη Σκιαδέλη, ψυχή του μαθήματος στο στο σχολείο αυτό. Τέλος, ευχαριστώ ιδιαίτερα την υπ. Διδ. κ. Κατερίνα Μακρή για την φιλολογική επιμέλεια του παρόντος κειμένου.

Κεφάλαιο 1: Το μάθημα της ‘Διερεύνησης’

Το ερευνητικό έργο που γίνεται στο Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας εδώ και δεκατρία χρόνια έχει στόχο τη μελέτη και περιγραφή των παραμέτρων που επηρεάζουν την αξιοποίηση της Ψηφιακής Τεχνολογίας με στόχο την εγκαθίδρυση εκπαιδευτικής καινοτομίας στο σημερινό σχολείο. Η καινοτομία πάνω στην οποία βασίστηκε η έρευνα αυτή συνίσταται στη διεξαγωγή ενός άτυπου σχολικού μαθήματος εστιασμένου στη βιωματική και επικοινωνιακή μαθησιακή διαδικασία, όπου διμελείς ή τριμελείς ομάδες μαθητών εκπονούν διερευνητικά συνεργατικά projects (για τη μέθοδο project, βλ. και Χρυσυφίδη, 2005) . Το μάθημα αυτό ονομάστηκε ‘Διερεύνηση’. Οι δραστηριότητες των μαθητών στο μάθημα της Διερεύνησης είναι συνεργατικές και χαρακτηρίζονται από τον πειραματισμό, την κατασκευή μοντέλων, τη διαχείριση πληροφοριών, την επίλυση προβλημάτων και την εμπειρική βιωματική δημιουργία νοημάτων από την πλευρά τους. Η ψηφιακή τεχνολογία αξιοποιείται ως εργαλείο έκφρασης και δημιουργίας στα χέρια των μαθητών, ενώ δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στα αναπαραστασιακά και τα δυναμικά του χαρακτηριστικά. Το μάθημα της Διερεύνησης αποτέλεσε ταυτόχρονα μια σχολική καινοτομία για την αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας με πρόσθετη παιδαγωγική αξία και ένα πεδίο έρευνας για τη μαθησιακή διαδικασία των μαθητών και την μετεξελισσόμενη διδακτική πρακτική των εκπαιδευτικών.

Το μάθημα αυτό προτάθηκε από το εργαστήριο σε μικρή ομάδα από σχολεία και έγινε αποδεκτό ως μια κοιτίδα στο καθημερινό τους πρόγραμμα, όπου θα ήταν εφικτή και αναγνωρισμένη από το σχολείο η δυνατότητα δοκιμής εναλλακτικών διδακτικών προσεγγίσεων σε σχέση με τις παραδοσιακές. Η αποδοχή της πραγματοποίησης ενός τέτοιου μαθήματος έγινε στα πλαίσια μακροχρόνιας συνεργασίας μεταξύ των σχολείων και του εργαστηρίου, τα χαρακτηριστικά της οποίας θα αναλυθούν πιο κάτω. Δεν είχαμε επομένως τον στόχο να βάλουμε μια ‘δυναμίτιδα στα θεμέλια του κλειστού μας εκπαιδευτικού συστήματος’, όπως λέει και ο Χρυσυφίδης (2005, σελ. 47), αλλά να διαμορφώσουμε ένα πλαίσιο για το σχολείο να βιώσει τη διερευνητική

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

παιδαγωγική ως εναλλακτική πρόταση για το ρόλο του σχολείου στην κοινωνία μας.

Θα ξεκινήσουμε με τον προσδιορισμό των στόχων του μαθήματος, που είναι ιδιαίτερα σημαντικός για να κατανοήσουμε όσα θα αναφερθούν στη συνέχεια. Κατ' αρχήν πρόκειται για ένα μάθημα που δεν είναι αναγνωρισμένο ή θεσμοθετημένο από την πολιτεία. Κατά καιρούς έχουμε την οδηγία από το παιδαγωγικό Ινστιτούτο να εφαρμοστεί η μέθοδος project ιδίως στο δημοτικό σχολείο ως εναλλακτικός τρόπος διδασκαλίας των καθιερωμένων μαθημάτων. Την εποχή που γραφόταν το βιβλίο αυτό μάλιστα μόλις είχαν βγεί και τα καινούργια αναλυτικά προγράμματα για το δημοτικό βασισμένα στη μέθοδο αυτή. Όμως, είναι σαφές ότι για να εφαρμοστεί η μέθοδος χρειάζονται τόσο μεγάλες αλλαγές και επαναπροσδιορισμοί των ρόλων και των σχέσεων στο σχολείο και τόσο βαθειά αναπροσαρμογή της διδακτικής πρακτικής που η απλή οδηγία έστω συνοδευόμενη και από αναλυτικά προγράμματα να έχει μέχρι στιγμής αποδειχθεί εντελώς ανεπαρκής. Στα σχολεία που εφάρμοσαν το μάθημα της Διερεύνησης σε συνεργασία με το εργαστήριο, εντάχθηκε επιπρόσθετα στο ωρόλοιο πρόγραμμά τους ή χρησιμοποιήθηκε η ώρα ελεύθερων δράσεων στο δημοτικό σχολείο. Μπορεί όμως να ενταχθεί κάλλιστα στο σημερινό ολοήμερο σχολείο είτε στο Δημοτικό είτε στο Γυμνάσιο (στη δεύτερη περίπτωση η θεσμοθέτηση του ολοήμερου παραμένει στόχος της πολιτείας). Επίσης μπορεί να ενταχθεί στη ζώνη ελεύθερων δράσεων ή σε οποιαδήποτε σχολική εκδήλωση εναλλακτικών σε σχέση με τις παραδοσιακές δραστηριοτήτων. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, μπορεί να ενισχύσει την συνολικότερη προσπάθεια για την καθιέρωση στοιχείων της μεθόδου project στο σύστημά μας ευρύτερα. Όπως επίσης θα δούμε, η ψηφιακή τεχνολογία σαφώς μπορεί να ενισχύσει τη μέθοδο αυτή στο βαθμό που οι εκπαιδευτικοί και οι μαθητές να μπορούν να εμπλακούν σε δραστηριότητες που ή ήταν αδύνατο ή πολύ δύσκολο να πραγματοποιηθούν την προ-τεχνολογική εποχή.

Όπου εφαρμόστηκε επρόκειτο για ένα μονόωρο ή δίωρο μάθημα την εβδομάδα. Το μονόωρο αποδείχτηκε ανεπαρκές, ενώ υπήρχε η αίσθηση ότι δύο δίωρα την

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

εβδομάδα θα διαφοροποιούσαν θετικά το αποτέλεσμα σε σημαντικό βαθμό.

Μια δεύτερη επισήμανση που θα πρέπει να γίνει είναι ότι το μάθημα της Διερεύνησης δεν προτείνεται από το γράφοντα ως ο αποκλειστικός τρόπος αξιοποίησης της ψηφιακής τεχνολογίας σε ένα σχολείο. Είναι δυνατό να συνυπάρχει με χρήσεις της τεχνολογίας στα ήδη ορισμένα στο αναλυτικό πρόγραμμα μαθήματα (παρότι δεν έχω μέχρι τώρα δει κάποια αποδεκτή τέτοια χρήση), στη βιβλιοθήκη, στο μάθημα της πληροφορικής, σε ‘ομίλους’ κλπ. Επίσης δεν προτείνεται ως η μόνη διερευνητική δραστηριότητα σε ένα σχολείο να γίνεται μέσα από το μάθημα αυτό ούτε προτείνεται το μάθημα της Διερεύνησης ως προπομπός γρήγορης και συνολικής επέκτασης της αντίστοιχης διδακτικής μεθοδολογίας στο σχολείο, καθώς κάτι τέτοιο προσκρούει στις επικρατούσες συνθήκες και πρακτικές του σημερινού εκπαιδευτικού συστήματος, όπως θα συζητήσουμε στο πέμπτο και έκτο κεφάλαιο.

Η πρώτη φορά που οργανώθηκε μάθημα Διερεύνησης ήταν το 1987 σε ένα από τα σχολεία που αναφέρθηκαν. Την εποχή εκείνη και για πολλά χρόνια, ο μόνος τρόπος να πραγματοποιηθεί κάτι τέτοιο ήταν με πολύπλευρη υποστήριξη προς το σχολείο από το επιστημονικό προσωπικό του εργαστηρίου. Η υποστήριξη συνίστατο στην συνεχή επιμόρφωση των εκπαιδευτικών του σχολείου σε τεχνικά και διδακτικά θέματα, στο σχεδιασμό ενός ιδιότυπου προγράμματος σπουδών για το μάθημα, στην επιλογή κατάλληλου λογισμικού και εξοπλισμού και στη συνεχή συνεργασία με τη διεύθυνση του σχολείου. Όλες αυτές οι συνθήκες ήταν εξαιρετικά δύσκολο να εξασφαλιστούν σε ένα σχολείο, αλλά το μάθημα δεν μπορούσε να διεξαχθεί χωρίς αυτές. Στη σημερινή εποχή πολλά πράγματα έχουν αλλάξει. Οι εκπαιδευτικοί ενός σχολείου έχουν περισσότερους τρόπους να επιμορφωθούν, αν και δεν υπάρχει ακόμη θεσμοθετημένη, συστηματική και συνεχής ενδο-υπηρεσιακή επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στη χώρα μας. Η σύσταση ενός εργαστηρίου υπολογιστών μέσα σε μια σχολική μονάδα και η προμήθεια εξειδικευμένου εκπαιδευτικού λογισμικού είναι εφικτή. Πολλά σχολεία είναι ήδη εξοπλισμένα και υπάρχει κατάλληλο εξειδικευμένο λογισμικό και μάλιστα εξελληνισμένο. Και στην περίπτωση αυτή

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

βέβαια δεν μπορεί να διασφαλιστεί η αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας στην εκπαιδευτική πράξη. Ο εξοπλισμός πρέπει να ανανεώνεται κάθε 3-4 χρόνια και να υπάρχει συνεχής τεχνική υποστήριξη. Η ύπαρξη κατάλληλου για εκπαιδευτική χρήση λογισμικού δεν έχει γίνει αρκετά γνωστή στα σχολεία, ούτε έχει καταστεί σαφής και απλός ο τρόπος με τον οποίο ένα σχολείο (ιδίως δημόσιο) μπορεί να προμηθευτεί ένα τέτοιο λογισμικό. Δεν υπάρχει αρκετή ενημέρωση για τα είδη και την καταλληλότητα των λογισμικών που αυτοπροσδιορίζονται ως εκπαιδευτικά. Δεν υπάρχει επίσης κάποιο κανάλι επικοινωνίας και υποστήριξης σχολείων. Παρότι ξεκίνησε η οργάνωση τέτοιας υποδομής από την πολιτεία το 1996 και από τότε έχουν γίνει σαφή βήματα εγκαθίδρυσής της, έχουμε ακόμα πολύ δρόμο ώστε οι τελικοί αποδέκτες, δηλαδή το σχολείο και ο εκπαιδευτικός, να έχουν την αίσθηση μιας συνεχώς βελτιούμενης υπηρεσίας. Όπως θα δούμε στη συνέχεια αυτό δεν οφείλεται στη έλλειψη πόρων αλλά σε δυσκολίες που προκύπτουν από την ουσία του προβλήματος εγκαθίδρυσης μιας εξελισσόμενης εκπαιδευτικής υπηρεσίας στο σχολικό σύστημα.

Παρά τα προβλήματα αυτά, η οργάνωση ενός τέτοιου μαθήματος είναι πολύ περισσότερο εφικτή σήμερα από ό,τι ήταν πριν από τόσα χρόνια και, λογικά, αναμένεται οι συνθήκες να βελτιωθούν. Είναι λοιπόν πολύ πιο πρόσφορο το έδαφος για τη διεύθυνση οποιουδήποτε σχολείου εφ' όσον έχει παιδαγωγική προσέγγιση συμβατή με αυτήν που περιγράφεται εδώ, να βρει τρόπους και υποστήριξη να εγκαθιδρύσει μια τέτοια καινοτομία και έτσι να καλλιεργήσει τη σχολική κουλτούρα που τη συνοδεύει. Στο βιβλίο αυτό, περιγράφεται το μάθημα μέσα από τις συνθήκες που επικρατούσαν τη δεκαετία του '90 μέχρι σήμερα.

Το μάθημα της Διερεύνησης ως συστημική παρέμβαση

Το μάθημα της Διερεύνησης έχει ως ευρύτερο στόχο να δώσει σε μαθητές και εκπαιδευτικούς μια ρεαλιστική δυνατότητα διεξόδου από την αίσθηση ότι τα πάντα βρίσκονται σε ένα τέλμα και από το γενικότερο αίσθημα απογοήτευσης για το σημερινό σχολείο, που είναι διαδεδομένα ευρέως και σε πολλά επίπεδα

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

(Dewey, 1982). Η περιρρέουσα αυτή ατμόσφαιρα οφείλεται, ενδεχομένως, στην αδυναμία των εκπαιδευτικών συστημάτων - όχι μόνο του δικού μας - να ενσωματώσουν λειτουργικά τη συναθροιζόμενη επιστημονική γνώση οτι υπηρετούν πολύ μικρή και ασήμαντη πτυχή της μαθησιακής διαδικασίας. Η πρόσληψη πληροφοριών, η εξάσκηση σε ρουτίνες ασύνδετες με τα προσωπικά βιώματα και ενδιαφέροντα των μαθητών μας και η απομνημόνευση με στόχο την ανταπόκριση σε ερωτήματα εξετάσεων που τίθενται σε μια προεπιλεγμένη από το σύστημα χρονική περίοδο έχουν μεν μια χρησιμότητα, αποτελούν όμως πολύ μικρό μέρος του τι θα μπορούσε να προσφέρει ένα σχολείο, όπως θα δούμε στη συνέχεια. Είναι πλέον ορατό δια γυμνού οφθαλμού οτι τα εκπαιδευτικά συστήματα δεν μπορούν να ανταποκριθούν στο ρυθμό εξέλιξης της επιστήμης και της κοινωνίας. Διέπονται από διάχυτη αδυναμία να καλλιεργηθούν νέες, διαφοροποιημένες αξίες σχετικά με το τι είναι μάθηση και γνώση στην σημερινή εποχή και από έλλειψη διορατικότητας σχετικά με το εκπαιδευτικό σύστημα που θα υπηρετήσει τις νέες γενιές. Ταλανίζονται από την παραδοσιακή δυσκαμψία των θεσμικών και διαρθρωτικών δομών και της δυσκολίας να τροποποιηθούν αυτές σε έναν χρονικό ορίζοντα που συχνά είναι συνυφασμένος με τον "πολιτικό κύκλο": όταν μια μεταρρύθμιση χρειάζεται 25 χρόνια για να ολοκληρωθεί, τότε δεν ενδιαφέρει κανένα πολιτικό του οποίου ο κύκλος είναι το πολύ τετραετής. Η απογοήτευση αυτή όμως δεν θα πρέπει να μείνει σαν ένα υποθάλλπτον αίσθημα, το οποίο στο κάτω-κάτω το αποδεχόμαστε ως αναγκαίο κακό. Αργά ή γρήγορα θα προκαλέσει φαινόμενα διάσπασης και διάλυσης στο εκπαιδευτικό σύστημα, αν αυτό δεν έχει αρχίσει ήδη (Bourdieu, 1973, Papert, 1993). Ένας τρόπος, λοιπόν, να γίνουν αυτές οι μεταβάσεις κάπως πιο ανώδυνα για τους μαθητές που θα βρεθούν 'στο μάτι' του κυκλώνα που έρχεται, είναι τα ίδια τα σχολεία να εμπλουτίζουν σιγά-σιγά τις εναλλακτικές τους δράσεις και τις ευκαιρίες και δυνατότητες για τους μαθητές να εμπλακούν σε δραστηριότητες με προσωπικό ενδιαφέρον και νόημα. Μια τέτοια σχολική δραστηριότητα θα μπορούσε να είναι και το μάθημα της Διερεύνησης.

Η εφαρμογή του μαθήματος της Διερεύνησης σε σχολεία

Ο τρόπος με τον οποίο το μάθημα εφαρμόστηκε στα σχολεία που συνεργάστηκαν με το εργαστήριο χαρακτηρίζεται από τα ακόλουθα στοιχεία. Στο Δημοτικό εγκαθιδρύθηκε ένα μάθημα 'Διερεύνησης' βασισμένο στη χρήση προσεκτικά επιλεγμένου εκπαιδευτικού λογισμικού, όπου οι μαθητές, σε μικρές ομάδες των δύο ή των τριών ατόμων, από Τρίτη έως και Έκτη τάξη, εκπονούσαν τρία projects κάθε έτος. Αυτά είχαν βασιστεί σε σύγχρονους παιδαγωγικούς στόχους, που εστιάζουν στο να αναπτύξουν οι μαθητές ανωτέρου επιπέδου νοητικές λειτουργίες, ικανότητες και δεξιότητες, και περιγράφονται αναλυτικά στα επόμενα δύο κεφάλαια. Για τη διδασκαλία του μαθήματος αυτού, σχεδόν ολόκληρο το διδακτικό προσωπικό του σχολείου έλαβε αρχική κατάρτιση και στη συνέχεια διεξάγονταν αλληπάλλληλα επιμορφωτικά σεμινάρια κάθε χρόνο. Από το 1987 έως το 1995 χρησιμοποιήθηκε λογισμικό με κειμενικά διακείμενα (user interfaces) και έτσι οι δραστηριότητες των μαθητών περιορίστηκαν στη λογικο-μαθηματική συμβολική έκφραση και τη γραπτή έκφραση. Στη συνέχεια και με την έλευση των εικονοστραφών διακειμένων οι δραστηριότητες των μαθητών επεκτάθηκαν στη διαχείριση πληροφορίας, την επικοινωνία από απόσταση, τη χρήση του διαδικτύου και τη ρομποτική. Το μάθημα συνδυάζει γνώσεις πληροφορικής με γνωστικά αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος, ενώ παράλληλα αναπτύχθηκε υλικό υποστήριξης του λόγω της σύνθετης φύσης και της ποικιλίας δραστηριοτήτων και λογισμικού, θέματα που συζητούνται στο δεύτερο και τέταρτο κεφάλαιο. Έκτοτε, στο τέλος κάθε έτους γίνεται γόνιμη συζήτηση για την επιταχυνόμενη εξέλιξη του προγράμματος και αντίστοιχη προσαρμογή – βελτίωση του υλικού αυτού.

Από το έτος 1999-2000, το μάθημα της Διερεύνησης επεκτάθηκε από το Δημοτικό στο Γυμνάσιο, όπου και εγκαθιδρύθηκε ένα αναβαθμισμένου τύπου μάθημα πληροφορικής που αξιοποιεί την εμπειρία των μαθητών από το μάθημα στο Δημοτικό, έχει διαθεματικό χαρακτήρα και διδάσκεται με συνεργασία των καθηγητών πληροφορικής και των συναδέλφων των άλλων ειδικοτήτων του

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

σχολείου. Το μάθημα αυτό αξιοποιεί τα διεθνώς καλύτερα εκπαιδευτικά λογισμικά τα οποία και έχουν εξελληνιστεί και κάθε χρόνο το μάθημα στο σύνολό του επανεκτιμάται και βελτιώνεται.

Η προσπάθεια αυτή αγγίζει ποικίλες πτυχές της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Καταρχήν αφορά στην ουσιαστική προετοιμασία των μαθητών για την Κοινωνία της Πληροφορίας στην οποία θα ζήσουν καθώς και στην απόκτηση από πλευράς τους ανωτέρου επιπέδου δεξιότητες και ικανότητες. Αφορά επίσης στην επαγγελματική ενδυνάμωση του εκπαιδευτικού προσωπικού από πλευράς τεχνικών γνώσεων και κατάρτισης σε σύγχρονες μεθόδους διδασκαλίας. Παράλληλα σε επίπεδο διδακτικών μέσων αξιοποιούνται διεθνώς αναγνωρισμένα σύγχρονα και εξειδικευμένα εκπαιδευτικά λογισμικά. Το εγχείρημα αυτό πλαισιώνεται από μια ειδικά σχεδιασμένη μέθοδο ένταξης της εκπαιδευτικής αυτής καινοτομίας στο εκπαιδευτικό πρόγραμμα του σχολείου, η οποία αξιοποιεί την παράδοση, αλλά στοχεύει στο μέλλον. Αναλυτικότερα, το πρόγραμμα λειτουργεί στο εξής πλαίσιο:

- Ένταξη στο σχολικό πρόγραμμα: σχεδιασμός, υλοποίηση και εγκαθίδρυση εκπαιδευτικής καινοτομίας η οποία αποσκοπεί στην αξιοποίηση της υπολογιστικής και δικτυακής τεχνολογίας.
- Στόχοι για επαγγελματική εξέλιξη / ανάπτυξη των εκπαιδευτικών: καλλιέργεια πολύπλευρου ρόλου του εκπαιδευτικού στην τάξη, που συμπεριλαμβάνει στοιχεία συμβούλου - παιδαγωγού, συμμετοχή του εκπαιδευτικού στο σχεδιασμό δραστηριοτήτων και συμμετοχή του σε επιμορφώσεις άλλων συναδέλφων.
- Παιδαγωγικοί στόχοι για τους μαθητές: καλλιέργεια ενεργητικής και κοινωνικής μάθησης μέσα από παραγωγική και ολοκληρωμένη δραστηριότητα, με περιθώρια επιλογών και προσωπικό νόημα για τους μαθητές, οι οποίοι συνεργάζονται σε μικρές ομάδες.

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

- Στόχοι αξιοποίησης των Νέων Τεχνολογιών: χρήση εξειδικευμένων εργαλείων λογισμικού από όλους τους μαθητές για γραπτή, συμβολική και ελεύθερη έκφραση, πειραματισμό, διαχείριση της πληροφορίας, ενθάρρυνση της ομαδικής δουλειάς και συνεργασίας και προώθηση της από απόσταση επικοινωνίας.
- Δεξιότητες και αντιστοιχία με αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος: ανάπτυξη μεθόδων επίλυσης προβλημάτων, εξάσκηση στη γραπτή έκφραση, ανάπτυξη βασικών εννοιών καταχώρησης, αναζήτησης, ανάλυσης και παρουσίασης πληροφοριών. Μέχρι στιγμής η αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας έχει ενσωματωθεί στα μαθηματικά, τη φυσική, την γεωγραφία, την ιστορία, την έκθεση και τη βιολογία.

Το μάθημα της Διερεύνησης, έτσι όπως λειτούργησε μέχρι το 2005, στηρίχθηκε σε μια σχέση στενής συνεργασίας σχολείου και ερευνητικού πανεπιστημιακού ιδρύματος, όπου εντάσσεται το εργαστήριο. Σε κάθε περίπτωση, το εκάστοτε σχολείο συνεισέφερε στο ερευνητικό έργο του εργαστηρίου αλλά και αποκόμισε από την υποστήριξη που έλαβε από αυτό. Το σχολείο συνεισέφερε, ως φορέας πρωτοπόρων εκπαιδευτικών δράσεων, στην αξιολόγηση στην πράξη αναπτυσσόμενων εκπαιδευτικών λογισμικών αιχμής, στην αποδοχή διεξαγωγής επιστημονικής έρευνας στη σχολική μονάδα σε συνεργασία με εκπαιδευτικούς και μαθητές. Οι απολαβές του σχολείου ήταν η παροχή από το εργαστήριο συνεχούς συμβουλευτικής υπηρεσίας για τη σύλληψη, το σχεδιασμό και την εφαρμογή του προγράμματος, η αρχική κατάρτιση όλου του προσωπικού, τα συστηματικά μετέπειτα επιμορφωτικά σεμινάρια και οι επικουρικές συνδιδασκαλίες ερευνητών καθώς και η δημοσιότητα του προγράμματος στην ακαδημαϊκή κοινότητα μέσω της συμμετοχής του σχολείου σε ερευνητικά και αναπτυξιακά έργα.

Η σχέση του μαθήματος της Διερεύνησης με τα μαθηματικά

Όπως θα δούμε στο δεύτερο και στο τρίτο κεφάλαιο, η επιστημονική γνώση στη διδακτική των μαθηματικών από τη δεκαετία του '90 μέχρι σήμερα δίνει ιδιαίτερη έμφαση στο τρόπο με τον οποίο οι μαθητές αναπτύσσουν συνειδητή μαθηματική σκέψη λειτουργώντας σε ένα κοινωνικό περιβάλλον, δηλαδή όταν λειτουργούν σε περιστάσεις επικοινωνίας με τους συμμαθητές και τους εκπαιδευτικούς τους. Ανεξάρτητα από το αν κάθε έρευνα εστιάζει περισσότερο ή λιγότερο στην κατανόηση συγκεκριμένων εννοιών των αναλυτικών προγραμμάτων των μαθηματικών, η γενικότερη παιδαγωγική τάση είναι να μελετήσουμε πώς μέσα από την εκπαίδευση μπορούμε να ενισχύσουμε στους μαθητές έναν επιστημονικό, μαθηματικό τρόπο σκέψης. Επομένως ο στόχος δεν είναι τόσο το να καταλάβουν έννοιες που αναφέρονται ρητώς μέσα στο αναλυτικό πρόγραμμα του συγκεκριμένου γνωστικού αντικείμενου προκειμένου να ανταποκρίνονται στις εξετάσεις του εκπαιδευτικού συστήματος. Είναι, πολύ ευρύτερα, να ενισχυθεί η λογικομαθηματική πτυχή της σκέψης και έκφρασης των μαθητών ως αναπόσπαστο μέρος της κουλτούρας τους. Η μαθηματική σκέψη θεωρείται όλο και περισσότερο πολιτισμικό χαρακτηριστικό, όπως και η έκφραση, η συλλογικότητα και η δημοκρατία. Στο εργαστήριο, η προσέγγιση για τα μαθηματικά και τη διδακτική τους ήταν ενταγμένη στο το πλαίσιο αυτό. Για την επίτευξη του ευρύτερου στόχου της αξιοποίησης της Ψηφιακής Τεχνολογίας για εκπαιδευτική καινοτομία με πρόσθετη παιδαγωγική αξία δώσαμε έτσι σημασία στην ενίσχυση της ανάπτυξης του μαθηματικού συλλογισμού στους μαθητές. Είδαμε τα μαθηματικά όχι σαν στενό κατακερματισμένο μάθημα του αναλυτικού προγράμματος αλλά ως πτυχή μιας διερευνητικής δια-θεματικής δραστηριότητας που ενίοτε είχε ως επίκεντρο αντικείμενα που εντάσσονται σε άλλα μαθήματα, από τη γραπτή έκθεση μέχρι τις Φυσικές Επιστήμες, τη Γεωγραφία και την Ιστορία.

Το ιδιότυπο πρόγραμμα σπουδών που αναπτύχθηκε χρόνο με το χρόνο για το μάθημα της διερεύνησης, έτσι όπως συμφωνήθηκε με τους εκπαιδευτικούς

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

φαίνεται στους δύο πίνακες που ακολουθούν.

	Τρίτη Τάξη	Τετάρτη Τάξη	Πέμπτη Τάξη	Έκτη Τάξη
Πρώτη Διερεύνηση	Ρομπότ Συμβολική, γραπτή και ελεύθερη έκφραση Μαθηματικά	Τρένο Συμβολική, γραπτή και ελεύθερη έκφραση Ιστορία Μαθηματικά	Παραλληλόγραμμα Συμβολική, γραπτή και ελεύθερη έκφραση Δυναμικός χειρισμός μοντέλων Μαθηματικά	Γέφυρες Συμβολική, γραπτή και ελεύθερη έκφραση Δυναμικός χειρισμός μοντέλων Γεωγραφία Μαθηματικά
Δεύτερη Διερεύνηση	Κάστρα Συμβολική, γραπτή και ελεύθερη έκφραση Ιστορία	Ο Καιρός Διαχείριση πληροφορίας. Μελέτη περιβάλλοντος	Πάρτι Διαχείριση πληροφορίας. Μαθηματικά	Επικοινωνία για τις Γέφυρες Επικοινωνία από απόσταση Γλώσσα
Τρίτη Διερεύνηση	Πλανήτες Συμβολική, γραπτή και ελεύθερη έκφραση Γεωγραφία Μαθηματικά	Σκάλες Συμβολική, γραπτή και ελεύθερη έκφραση Δυναμικός χειρισμός μοντέλων Μαθηματικά	Γωνία Συμβολική, γραπτή και ελεύθερη έκφραση Δυναμικός χειρισμός μοντέλων Μαθηματικά	Κοινωνιόγραμμα Διαχείριση πληροφορίας Μαθηματικά

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

Πίνακας 1. Ενδεικτικό Πρόγραμμα Δημοτικού

	Α΄ Γυμνασίου	Β΄ Γυμνασίου	Γ΄ Γυμνασίου
Πρώτη διερεύνηση	Μελέτη Ηπείρων Διαχείριση Πληροφορίας Γεωγραφία	Κατασκευή Δυναμικού Αλφαβήτου Συμβολική έκφραση Μαθηματικά	Προσομοιώσεις Φυσικής-Αερόστατο Πειραματισμός Φυσική
Δεύτερη Διερεύνηση	Γραφή έκθεσης από κοινού Γραπτή έκφραση Γλώσσα	Χαρτογράφηση Συλλογή και διαχείριση πληροφορίας Γεωγραφία	Συγκριτική μελέτη ιστορικών πηγών Αναζήτηση, διαχείριση και παρουσίαση πληροφορίας Ιστορία
Τρίτη Διερεύνηση	Μελέτη του τετραπλεύρου Πειραματισμός Γραπτή έκφραση Δυναμική Γεωμετρία	Τεχνολογία Ελέγχου-Μελέτη κίνησης αυτοκινήτου Συμβολική έκφραση Τεχνολογία	Μελέτη Συναρτήσεων-Πρόβλημα της γέφυρας Επεξεργασία αριθμητικών δεδομένων Μαθηματικά

Πίνακας 2. Ενδεικτικό Πρόγραμμα Γυμνασίου

Ο παραπάνω πίνακας δείχνει τι είχε σημασία κατά τη συνεργασία του εργαστηρίου με τους εκπαιδευτικούς που το εφάρμοσαν. Σε κάθε κελί δίνεται αρχικά το θέμα της Διερεύνησης το οποίο ήταν σχεδιασμένο ώστε να εμπλέκει προσωπικά τους μαθητές στη δραστηριότητα και να τους κάνει να αισθάνονται ότι οικειοποιούνται τη γνώση που πήραν μέσα από τις κατασκευές τους και τα συμπεράσματα που συνήγαγαν. Στη συνέχεια, αναφέρεται το είδος της δραστηριότητας που κυριαρχούσε κατά διερεύνηση αυτή, έτσι ώστε να φαίνεται με ποιο τρόπο χρησιμοποιούσαν οι μαθητές την Ψηφιακή Τεχνολογία και από που προκύπτει η πρόσθετη παιδαγωγική αξία, πράγμα που θα αναλυθεί συστηματικά στο επόμενο κεφάλαιο. Τέλος, αναγράφονται τα μαθήματα του αναλυτικού προγράμματος στα οποία αντιστοιχούν οι βασικές έννοιες που χρησιμοποιήθηκαν και συζητήθηκαν στην αντίστοιχη διερεύνηση. Γραπτή

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

έκφραση εντάσσεται σε όλες τις διερευνήσεις μιας και η κάθε ομάδα μαθητών ετοιμάζει μια έκθεση με αντικείμενο το θέμα της διερεύνησης, τις δραστηριότητες της ομάδας και τις αναστοχαστικές σκέψεις των μαθητών για το πώς συνεργάστηκαν.

Το μάθημα της Διερεύνησης ως όχημα εφαρμοσμένης έρευνας.

Στις προηγούμενες ενότητες περιγράψαμε το μάθημα της Διερεύνησης από την οπτική των διδακτικών στόχων και της στοχοθεσίας εγκαθίδρυσης μιας καινοτομίας στο σημερινό σχολείο. Η βασική προτεραιότητα του εργαστηρίου όμως όλα αυτά τα χρόνια είναι αυτή της έρευνας στο πεδίο των επιστημών της αγωγής. Πώς μπορούν αυτές οι δύο οπτικές για την ίδια δραστηριότητα να συμβαδίσουν;

Πρώτα απ' όλα δεν είμαστε μόνοι. Το χώρο της διδακτικής έχει καθιερωθεί στην πράξη μια ερευνητική μέθοδος που τα τελευταία χρόνια διατυπώθηκε και συζητήθηκε ρητά ως 'έρευνα σχεδιασμού' (design research – Cobb et al, 2000, Kely, 2003, Collins et al, 2004). Πρόκειται για εμπειρική μελέτη ανθρώπινων δραστηριοτήτων στο συνηθισμένο χώρο εργασίας τους και με την έννοια αυτή σχετίζεται με την καθιερωμένη στις επιστήμες της αγωγής έρευνα δράσης. Περιγράφεται καλύτερα όμως ως 'έρευνα παρέμβασης', μιας και αφορά τη μελέτη ανθρώπινων δραστηριοτήτων στα πλαίσια μιας εκπαιδευτικής διαδικασίας στο σχεδιασμό της οποίας έχουν συμμετάσχει οι ερευνητές που έκαναν την έρευνα. Ως εμπειρική έρευνα έχει ποιοτικά μεθοδολογικά χαρακτηριστικά και δεν εντάσσεται στις διαγνωστικού χαρακτήρα έρευνες η στα κλασσικού τύπου ερευνητικά πειράματα με σύγκριση ομάδων ελέγχου και πειραματισμού. Δεν είναι έρευνα ειδικής περίπτωσης (case study) μιας και αφορά σε παρέμβαση σε δραστηριότητα που εξελίσσεται μέσα στο εκπαιδευτικό σύστημα, κατά τη διάρκεια π.χ. της σχολικής μέρας στο πλαίσιο των κανονικών δραστηριοτήτων των μαθητών. Η παρέμβαση συνίσταται στον από κοινού σχεδιασμό των δραστηριοτήτων με τους θεσμικά εμπλεκόμενους, όπως για παράδειγμα τους εκπαιδευτικούς και τη διεύθυνση του σχολείου. Έχει όμως το χαρακτήρα εξέλιξης ή εναλλακτικής πρότασης για τη διεξαγωγή

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

κάποιου μαθήματος ή μέρους μαθήματος. Έτσι, ενώ απέχει από το να είναι αμιγής εθνογραφική έρευνα, έχει ορισμένα στοιχεία εθνογραφίας μιας και οι ερευνητές εμπλέκονται στην καθημερινή δραστηριότητα των υποκειμένων με έναν αποδεκτό από την περιρέουσα κοινότητα ρόλο. Η έρευνα σχεδιασμού προέκυψε από την ανάγκη των ερευνητών να μελετήσουν την εκπαιδευτική διαδικασία σε περιβάλλοντα μάθησης που επηρεάζονται περισσότερο από τις επιστήμες της αγωγής από αυτό που είναι εφικτό από μόνο του στο σχολείο. Γι αυτό και το ερευνητικό αποτέλεσμα συνοδεύεται από κάποιο προϊόν άμεσα αξιοποιήσιμο στην εκπαιδευτική πράξη, άλλοτε ένα ιδιότυπο πρόγραμμα σπουδών, άλλοτε κάποιο πρωτότυπο εκπαιδευτικό υλικό ή ακόμα και πρωτότυπες εργασίες των μαθητών. Το ερευνητικό μοντέλο είναι κυρίως γενεσιουργό (generative) ως προς το ρόλο των ερευνητικών δεδομένων στην παραγωγή νέας θεωρητικής γνώσης (Goetz & Iecompte, 1984). Ο ερευνητής δεν προσπαθεί να σταθεροποιήσει όλες τις παραμέτρους εκτός από αυτή που θέλει να μελετήσει. Αντίθετα, εμπλέκεται σε μια ολιστική μελέτη των ανθρώπινων δραστηριοτήτων, των μαθητών, των εκπαιδευτικών, της κοινότητας της τάξης. Είναι ανοικτός ως προς το τι θα συμβεί και στο τι ερμηνείες μπορεί να υπάρχουν γι αυτό. Τα ίδια τα δεδομένα γεννούν την επιστημονική γνώση, αντί να χρησιμοποιούνται για να επιβεβαιώσουν μια θεωρητική υπόθεση. Η έρευνα επομένως έχει έναν εξελικτικό και αναδυόμενο χαρακτήρα (Cobb & Yackel, 1996) με συχνούς επαναπροσδιορισμούς και διαδοχική εστίαση στο αντικείμενο έρευνας.

Το σχέδιο της εκπαιδευτικής δραστηριότητας – παρέμβασης στο πλαίσιο αυτό παίζει διττό ρόλο. Από τη μια έχει στόχο διδακτικό, δηλαδή να αποκομίσουν οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί τους γόνιμες εμπειρίες. Από την άλλη ερευνητικό, δηλαδή να γίνει καταλύτης για την παραγωγή όσο το δυνατό πιο πλούσιων και κατάλληλων δεδομένων για ανάλυση. Ο ερευνητής επίσης έχει δύο παράλληλους ρόλους, αυτόν του σχεδιαστή δραστηριότητας ή του συμμετέχοντος στη διδασκαλία και αυτόν του μελετητή αυτών που συμβαίνουν. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό στοιχείο ότι οι έρευνες αυτές διέπονται από μια δεοντολογία την οποία και τηρήσαμε σχολαστικά στο εργαστήριο. Ο

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

σχεδιασμός δραστηριότητας για παράδειγμα πρέπει να διασφαλίζει ότι οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί θα αποκομίσουν κάτι θετικό ανεξάρτητα από τα αποτελέσματα και τα ερευνητικά δεδομένα. Οι ταυτότητα των προσώπων που συμμετέχουν δε γίνεται γνωστή μιας και τα δεδομένα αφορούν ευαίσθητες και προσωπικές καταστάσεις που ενυπάρχουν στην εκπαιδευτική διαδικασία στη σχολική τάξη. Τα δεδομένα ερμηνεύονται με στόχο να διαφωτιστούμε γενικότερα για πτυχές της μαθησιακής διαδικασίας κατά τη διάρκεια διεξαγωγής καινοτομιών. Η ερμηνεία επομένως δεν έχει στόχο να διαμορφώσει ένα αρνητικό προφίλ των ανθρώπων που συμμετέχουν παρουσιάζοντας τις δυσκολίες που προκύπτουν ως αποτυχία τους να παρακολουθήσουν τα τεκταινόμενα. Αντίθετα προσεγγίζει τους συμμετέχοντες ως συνεργάτες σε μια από κοινού προσπάθεια δίνοντας μια ρεαλιστική και ερευνητικά έντιμη εικόνα του τι συμβαίνει μεν αλλά με έναν τρόπο θετικό που μας δείχνει το τι θα ήταν εφικτό αλλά και το ποιές θα ήταν οι δυσκολίες σε μια τυχούσα καθιέρωση της δραστηριότητας αυτής.

Στο εργαστήριο ζήσαμε ολόκληρο τον κύκλο του σχεδιασμού παρεμβάσεων, σύναψης συνεργασίας με τους συμμετέχοντες στα σχολεία ή σε διοικητικές θέσεις στο εκπαιδευτικό σύστημα, σχεδιασμού και ανάπτυξης ψηφιακών εργαλείων και σχεδίων εκπαιδευτικής δραστηριότητας, συμμετοχής στις παρεμβάσεις και συλλογής δεδομένων και βέβαια ανάλυσης και ερμηνείας τους. Στο βιβλίο αυτό περιγράφω την επιστημονική γνώση που παράχθηκε μέσα από την εμπειρία αυτή. Αρχίζω από το δεύτερο κεφάλαιο περιγράφοντας το σκεπτικό με το οποίο σχεδιάσαμε και αναπτύξαμε ψηφιακά εργαλεία ειδικά για τη διερευνητική μάθηση. Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφω την μελέτη της μαθησιακής διαδικασίας κατά τη διεξαγωγή του μαθήματος της Διερεύνησης εστιάζοντας στη διαδικασία με την οποία οι μαθητές ενεπλάκησαν σε ένα μαθηματικό τρόπο σκέψης και στον ρόλο που έπαιξε ο συνεργατικός διαλογικός χαρακτήρας της δραστηριότητας αυτής. Στο τέταρτο κεφάλαιο αναλύεται η έννοια του σχεδιασμού εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων και το πώς η διαδικασία του σχεδιασμού αυτού μπορεί να αποβεί χρήσιμη για την επαγγελματική εξέλιξη του εκπαιδευτικού. Στο πέμπτο, περιγράφεται η μελέτη

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

της διδακτικής πρακτικής στην τάξη του μαθήματος της Διερεύνησης. Αναγνωρίζεται η ανάγκη υποστήριξης του εκπαιδευτικού και περιγράφεται η μελέτη της διαδικασίας με την οποία μπορεί να υποστηριχθεί σε επίπεδο επιμόρφωσης. Τέλος η ερευνητική αυτή εμπειρία αναλύεται από την οπτική των μεθόδων με τις οποίες μπορεί να αξιοποιηθεί στο επίπεδο του εκπαιδευτικού συστήματος, δηλαδή της εκπαιδευτικής πολιτικής.

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κωνηγός

Κεφάλαιο 2: Ψηφιακά Εργαλεία για τη μάθηση

Στο μάθημα της διερεύνησης η ψηφιακή τεχνολογία χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο προκειμένου να εμπλακούν οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί στη διαδικασία της διερευνητικής μάθησης και στα αντίστοιχα projects. Παράλληλα χρησιμοποιήθηκε και ως μέσο συνειδητοποίησης της διοίκησης είτε στο επίπεδο του σχολικού οργανισμού είτε σε αυτό της διαμόρφωσης εκπαιδευτικής πολιτικής, ότι είναι εφικτό και ρεαλιστικό η τεχνολογία αυτή να γίνει μέσο σταδιακής αλλά ορατής εγκαθίδρυσης εκπαιδευτικής καινοτομίας με πρόσθετη παιδαγωγική αξία στο εκπαιδευτικό μας σύστημα. Ζούμε σε ένα κόσμο όπου, όπως θα δούμε στο πέμπτο κεφάλαιο, διαρκώς ξαφνιάζει με την απόσταση που διαπιστώνεται ανάμεσα στις επενδύσεις και τις υποσχέσεις για την αξιοποίηση της τεχνολογίας στα σχολεία (Ε.Σ. Λισσαβόνας, 2000) και στο εύρος και την ποιότητα χρήσης των τεχνολογιών αυτών στις σχολικές τάξεις (ΟΟΣΑ, Venesky, 2002). Ξαφνιάζει επίσης η δυσκολία του εγχειρήματος της επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών στην παιδαγωγική αξιοποίηση της τεχνολογίας αυτής και η γενικότερη διστακτικότητά τους να τις χρησιμοποιήσουν και κυριότερα να εμπλακούν σε αλλαγές του τρόπου με τον οποίον διδάσκουν και του ρόλου τους στην εκπαιδευτική διαδικασία, θέμα που θα συζητηθεί στο τέταρτο κεφάλαιο. Τέλος, ακόμα και εκεί που χρησιμοποιείται η τεχνολογία σε 'εύκρατο'/ευνοϊκό σχολικό περιβάλλον με ειδικά επιμορφωμένους εκπαιδευτικούς, ξαφνιάζει η δυσκολία μετατροπής της σχολικής τάξης σε πεδίο πυκνής και παραγωγικής μάθησης, η δυσκολία αξιολόγησης του αντίστοιχου εκπαιδευτικού έργου και η διαμήνυση/διάχυση των αποτελεσμάτων στην περιρρέουσα/ευρύτερη κοινωνία, όπως θα συζητηθεί στο αμέσως επόμενο κεφάλαιο. Το ότι εγκαθιδρύθηκε το μάθημα της διερεύνησης έστω και σε λίγα σχολεία, έστω με έντονη και συνεχή υποστήριξη από ένα μόνο ερευνητικό εργαστήριο, ενέχει τη σημασία ότι το εγχείρημα κατ'αρχήν είναι εφικτό και ότι επομένως όλη αυτή η ρητορική και η επένδυση θα μπορούσε να οδηγήσει σε χειροπιαστά αποτελέσματα στο μέλλον.

Για να λειτουργήσει το βιβλίο αυτό ως σημείο αναφοράς για την εκπαιδευτική

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

πράξη στην τάξη, την υποστήριξη των εκπαιδευτικών και την διαμόρφωση της εκπαιδευτικής πολιτικής που θα διευκολύνει την παιδαγωγική αξιοποίηση της τεχνολογίας, χρειάζεται να ξεκινήσουμε από τον προσδιορισμό της ίδιας της τεχνολογίας και των τρόπων με τους οποίους μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να επιφέρει πρόσθετη παιδαγωγική αξία.

Βασικές έννοιες

Όπως όλοι ξέρουμε, η ψηφιακή τεχνολογία εξελίσσεται γρήγορα, συνεχώς και σε πολλά επίπεδα. Για να περιγράψει κανείς ψηφιακά εργαλεία που έχουν ενδιαφέρον από εκπαιδευτικής πλευράς, χρειάζεται να αποστασιοποιηθεί από συγκεκριμένα εργαλεία, τεχνολογίες και λειτουργικότητες, μιας και είναι εξ ορισμού πρόσκαιρα. Χρειάζεται να μπορεί να δει πέρα από τα ρεύματα εξέλιξης της τεχνολογίας, να διακρίνει τι μπορεί να είναι παιδαγωγικά αξιοποιήσιμο ανεξάρτητα από το πότε αυτό υπήρξε ή θα είναι στο μέλλον επίκαιρο από τεχνολογικής πλευράς. Στο μάθημα της Διερεύνησης έχουν χρησιμοποιηθεί όλες οι τεχνολογίες που κρίθηκε ότι έχουν εκπαιδευτική αξία. Με δεδομένο ότι το μάθημα διεξάγεται από το 1987 μέχρι σήμερα, δηλαδή επί μία εικοσαετία, έχουν έλθει και παρέλθει από την επικαιρότητα αρκετές τεχνολογίες, διακειμένα και αντιλήψεις για τη διαθεσιμότητα και τη χρήση τους. Ζήσαμε την εποχή των κειμενικών διακειμένων, όπου για την εκπαίδευση είχε αξία η ιδέα της μάθησης μέσω της συμβολικής έκφρασης ιδεών με κατάλληλη γλώσσα κειμενικού προγραμματισμού και η προοπτική των προσωπικών υπολογιστών. Ακολούθησε η εποχή των εικονικών διακειμένων, όπου κυριάρχησε η ιδέα του δυναμικού χειρισμού γραφικών αντικειμένων στην οθόνη, η οποία γρήγορα συνοδεύτηκε από τη δυνατότητα επεξεργασίας άλλων μέσων εκτός των κειμενικών χαρακτήρων και ονομάστηκε εποχή των πολυ-μέσων. Στη συνέχεια ήρθε η εποχή του διαδικτύου και η έννοια της συνεργασίας μέσα από συλλογικές δραστηριότητες μαθητών, στις οποίες συμμετείχαν ο καθένας στο δικό του χώρο και χρόνο. Τώρα ζούμε την εποχή της άνθησης των μεγάλων συστημάτων διοίκησης της εκπαίδευσης και της ραγδαία αυξανόμενης δυνατότητας πρόσβασης του κάθε μαθητή στις τεχνολογίες, είτε από μακριά

είτε με την προοπτική του επερχόμενου φορητού υπολογιστή των 100 δολαρίων.

Η δυσκολία για το μάθημα της Διερεύνησης ήταν να διακρίνουμε ποια εργαλεία έχουν παιδαγωγική αξία, ανεξάρτητα από το αν συνιστούν ξεπερασμένες, ώριμες, επίκαιρες ή και ανώριμες-πρώιμες τεχνολογίες. Επίσης ήταν δύσκολος ο χειρισμός του ζητήματος της αλλαγής των τεχνολογικών εργαλείων μέσα σε ένα σχολείο, όπου ήδη οι εκπαιδευτικοί ανάλωναν χρόνο και προσπάθεια πολύ πέρα από αυτόν που διέθεταν να μάθουν το χειρισμό των εργαλείων και τη διδακτική τους αξιοποίηση.

Το κεφάλαιο αυτό ξεκινά με τον προσδιορισμό των βασικών εννοιών και κριτηρίων των τεχνολογιών και της δυνατότητας αξιοποίησής τους. Στη συνέχεια περιγράφεται το πλαίσιο όλων των τεχνολογιών που έχουν χρησιμοποιηθεί στην εκπαίδευση ανεξάρτητα από το αν η χρήση τους είχε κάποια πρόσθετη παιδαγωγική αξία. Προχωρώ με εκτενέστερη συζήτηση για τεχνολογίες που, κατά τη γνώμη μου, έχουν τέτοια αξία και για τους τρόπους με τους οποίους μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους μαθητές και τους εκπαιδευτικούς τους. Καταλήγω με την περιγραφή της τεχνολογίας που σχεδιάστηκε, αναπτύχθηκε και χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο και, κατ'επέκταση, στο μάθημα της διερεύνησης.

Ψηφιακές τεχνολογίες και πρόσθετη παιδαγωγική αξία

Υπάρχουν πολλές προσεγγίσεις για τους λόγους και τους τρόπους χρήσης της ψηφιακής τεχνολογίας στην εκπαίδευση. Άλλες αποτελούν άρρητες, πλατειά διαδεδομένες παραδοχές για την τεχνολογία και την εκπαίδευση, άλλες υπαγορεύονται από τις 'σκληρές' ατζέντες παραγωγικών φορέων σε αναζήτηση μαζικών αγορών, άλλες συνιστούν σχεδιασμό αποτελεσματικότερης διοίκησης εκπαιδευτικών συστημάτων και άλλες βλέπουν την εκπαίδευση σαν χώρο εφαρμογής 'καθαρών' επιστημονικών πεδίων, όπως η πληροφορική και η γνωστική ψυχολογία. Η γνώμη μου είναι ότι πολύ δύσκολα κάποια από τις προσεγγίσεις αυτές θα δώσει πειστικά επιχειρήματα για την ένταξη της

τεχνολογίας στη σχολική τάξη ακόμα κι αν επιβληθεί διοικητικά. Το μόνο πειστικό επιχείρημα προέρχεται από το ερώτημα: **υπάρχει τρόπος η χρήση της τεχνολογίας αυτής να έχει κάποια πρόσθετη παιδαγωγική αξία ως προς την εκπαιδευτική πράξη**, δηλαδή τη μαθησιακή και διδακτική διαδικασία; Τι μπορεί να κάνει ο μαθητής και ο εκπαιδευτικός με την τεχνολογία αυτή που είτε είναι αδύνατο είτε πολύ δύσκολο πρακτικά όταν δεν την διαθέτει;

Μόνο εάν αυτά τα ερωτήματα αποτελέσουν το φίλτρο μέσα από το οποίο κρίνεται οποιαδήποτε τεχνολογία ή ο τρόπος αξιοποίησής της, υπάρχει προοπτική να ενταχθεί η τεχνολογία στην εκπαιδευτική πράξη. Ακόμα και στην περίπτωση αυτή, αν δηλαδή η πρόσθετη παιδαγωγική αξία μιας τεχνολογίας είναι δεδομένη για τις επιστήμες της αγωγής, θα πρέπει το επιχείρημα να συνοδεύεται από τεκμηριωμένο σχέδιο των νέων προτεινόμενων τρόπων διεξαγωγής του μαθήματος, καθώς και του είδους της επιμόρφωσης που χρειάζεται ο εκπαιδευτικός για να εμπλακεί σε τέτοιο μάθημα (Sutherland & Balacheff, 1999). Αυτό το σκεπτικό έχει ως άρρητη παραδοχή ότι **ο τρόπος παροχής της εκπαιδευτικής υπηρεσίας στο εκπαιδευτικό μας σύστημα χρειάζεται να αλλάξει**. Είναι χρήσιμο να ξεκινήσει κανείς από το μακρο-επίπεδο όσον αφορά την εκπαίδευση. Ας μην ξεχνάμε ότι τα εκπαιδευτικά συστήματα στην κεντρική Ευρώπη επινοήθηκαν και οργανώθηκαν πριν από πάνω από 250 χρόνια. Η πρώτη προτεραιότητα ήταν το να γίνει η εκπαίδευση μια υπηρεσία για όλους τους πολίτες μιας χώρας, η μαζικοποίηση της εκπαίδευσης. Αυτό έγινε στην εποχή της μαζικοποίησης και άλλων βασικών υπηρεσιών όπως η περίθαλψη, η ασφάλιση η παροχή ενέργειας και υποδομών. Η αντίληψη την εποχή εκείνη για το τι σημαίνει εκπαίδευση ήταν ισοδύναμη με την πρόσβαση στην πληροφορία, ο εκπαιδευτικός δηλαδή ήταν ο κομιστής της πληροφορίας για την ανθρώπινη γνώση στην σχολική τάξη. Κυρίαρχη προτεραιότητα για τον εκπαιδευτικό ήταν να κατέχει την πληροφορία για κάποιο επιστημονικό πεδίο. Όταν στα μέσα του προηγούμενου αιώνα άρχισαν να έρχονται τα πρώτα μηνύματα από τις επιστήμες της αγωγής, ότι η μαθησιακή διαδικασία πολύ λίγο ενισχύεται με την απομνημόνευση της πληροφορίας και την εξάσκηση σε ρουτίνες ακατανόητες και

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

αποστασιοποιημένες από τον κόσμο του μαθητή, υπήρχε η εντύπωση ότι γρήγορα θα επηρέαζαν την παρεχόμενη εκπαιδευτική υπηρεσία σε επίπεδο συστήματος. Το ότι μετά από 70 χρόνια το εκπαιδευτικό έργο ακόμα συνίσταται κυρίως σε αυτά τα χαρακτηριστικά δείχνει πόσο δύσκολο είναι να αλλάξει ένα σύστημα που οργανώθηκε για άλλους σκοπούς. Τα τελευταία είκοσι περίπου χρόνια που συνειδητοποιήθηκε ότι οδεύουμε στην μεταβιομηχανική κοινωνία της γνώσης, η πίεση από την επιστήμη άρχισε να γίνεται ακόμη πιο έντονη. Εκτός του ότι η εκπαίδευση ως υπηρεσία περιορίζεται στο να θέτει τους μαθητές σε ρόλο να απομνημονεύουν, φαίνεται σαν να γίνεται αποδεκτό ότι η ανθρώπινη γνώση είναι υποκειμενική, διακρίνεται από αξίες και οπτικές γωνίες, είναι συχνά διαβλητή και αμφισβητήσιμη. Ταυτόχρονα η γνώση, όπως παρέχεται στο σύγχρονο πολύ φαίνεται εν πολλοίς να είναι διαθέσιμη σε όλη της την αντιφατικότητα ανά πάσα στιγμή στο μαθητή και ανεξάρτητα από τον εκπαιδευτικό που θα κάνει το μάθημα στην τάξη. Αυτό κάνει στο σχολείο να μοιάζει εκτός κοινωνίας – να μεταδίδει την αντίληψη ότι υπάρχει μόνο μια, αδιαμφισβήτητη αλήθεια και ότι ο ρόλος του σχολείου είναι να την αποκαλύψει στο μαθητή, χωρίς να νοιάζεται καν αν την καταλαβαίνει ή με ποιο τρόπο μπορεί να υποστηριχθεί σε αυτό. Στο σχολείο δηλαδή γίνεται «διακίνηση βεβαιοτήτων» ως προετοιμασία για μια ζωή, όπου η βασική κατάσταση στην οποία θα βρίσκεται ο καθένας θα είναι να παίρνει αποφάσεις βασισμένες σε πολυποίκιλες πληροφορίες σε ένα κόσμο που πολύ συχνά αλλάζει τριγύρω του, ένα κόσμο όπου οι βεβαιότητες σπανίζουν.

Μα καλά όλα αυτά, όσο αφορά όμως στα μαθηματικά που είναι το σημείο έμφασης του βιβλίου αυτού και του μαθήματος της Διερεύνησης; Αυτά δεν αποτελούν αντικειμενική γνώση και μάλιστα μάλλον σταθερή για το επίπεδο των μαθητών; Αν ναι, μήπως ειδικά για τα μαθηματικά δεν υπάρχει κάποια πρόσθετη παιδαγωγική αξία για τη χρήση της τεχνολογίας. Ίσως είναι το μάθημα στο οποίο δεν έχει νόημα να χρησιμοποιηθεί. Στο σημείο αυτό θα υποστηρίζαμε ότι οι απαντήσεις που μπορούν να δοθούν στα ερωτήματα αυτά εξαρτώνται από την προσέγγιση που υιοθετεί κανείς όσον αφορά τη φύση των μαθηματικών και τη φύση της μαθησιακής διαδικασίας, δηλαδή την

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

επιστημολογία των μαθηματικών και της μάθησής τους. Η προσέγγιση στο βιβλίο αυτό εντάσσεται στα πλαίσια που διατύπωσαν ο Imre Lakatos (1976) και λίγο αργότερα οι Davis and Hersh (1981), ότι δηλαδή τα μαθηματικά είναι ένα ανθρώπινο δημιούργημα λογικής και ότι η διαδικασία παραγωγής, ανάπτυξης και εξέλιξής του αποτελείται από εικασίες, υποθέσεις, απορρίψεις και επαληθεύσεις. Είναι δηλαδή μια επιστήμη που ενέχει λάθη (ο όρος είναι ‘fallible’, Ernest, 1991, Lakatos, 1970, ή ‘διαψευσιμότητα’ κατά τον Μεταξόπουλο, 1988) και που η εξέλιξή της συνίσταται στη συνεχή αμφισβήτηση και στον επαναπροσδιορισμό των αξιωματικών συστημάτων, των προβλημάτων και των λύσεών τους. Η μάθηση των μαθηματικών έχει την ίδια φύση με τη διαδικασία στην οποία εμπλέκονται οι μαθηματικοί επιστήμονες. Συνίσταται δηλαδή στην εμπειρική, υποθετικο-παραγωγική διαδικασία, όπου ζητούμενο είναι η δημιουργία και η ανάπτυξη προσωπικών νοημάτων από τους μαθητές μέσα από υποθέσεις, εικασίες, αποδείξεις, ανασκευές, αντιπαραδείγματα, συνεχείς τροποποιήσεις και ελέγχους. Με άλλα λόγια, το ζητούμενο στη διδακτική των μαθηματικών είναι ο κάθε μαθητής να βιώσει την εμπειρία του να ‘κάνει μαθηματικά’ ο ίδιος (Papert, 1972). Εκεί ακριβώς είναι που με ειδικά ψηφιακά εργαλεία ο μαθητής μπορεί να κάνει μαθηματικά με τρόπους που ήταν αδύνατο με τα προ-τεχνολογικά μέσα του χαρτιού και του μολυβιού, του χάρακα, του διαβήτη και του μοιρογνωμονίου.

Εννοείται ότι υπάρχουν πολλοί εκπαιδευτικοί που έχουν τις γνώσεις, τις δεξιότητες, εμπειρία και τη διάθεση να βρίσκουν χίλιους δυο τρόπους ώστε να βάλουν το μαθητή σε ρόλο που τον βοηθά να κατανοήσει, να αποκτήσει εμπειρία και βιώματα, να χρησιμοποιήσει τη γνώση για δικούς του σκοπούς. Το σύστημα όμως δεν είναι φτιαγμένο για να ενισχύει αυτή την εξέλιξη, ούτε για να την αναγνωρίζει.

Η πρόσθετη παιδαγωγική αξία για την ψηφιακή τεχνολογία συνίσταται ακριβώς σε αυτό: στο ότι μπορεί να διαθέσει πολυ-αναπαραστασιακά εργαλεία με τα οποία ο μαθητής να αποκτήσει εμπειρίες έκφρασης εννοιών και επιστημονικής επιχειρηματολογίας, διαχείρισης της πληροφορίας, δράσης μέσα σε

πολυποίκιλες συλλογικότητες, εξάσκησης στην κρίση και τη δημιουργική αμφισβήτηση. Οι πτυχές της μαθησιακής διαδικασίας που μπορούν να ενισχυθούν με την τεχνολογία αυτή και οι τρόποι με τους οποίους αυτό επιτυγχάνεται τώρα, ενώ δεν ήταν εφικτό στην προ-τεχνολογική εποχή, θα συζητηθούν στη συνέχεια αυτού του κεφαλαίου.

Οι τεχνολογίες μέσα από τη χρήση τους στην εκπαιδευτική πράξη

Η αξιοποίηση της ψηφιακής τεχνολογίας για την εμπλοκή των μαθητών σε καταστάσεις με πρόσθετη παιδαγωγική αξία θεμελιώθηκε από τον Seymour Papert μετά από τη συνεργασία του με τον J. Piaget για μια επταετία στο Πανεπιστήμιο της Γενεύης, προς το τέλος της δεκαετίας του '60. Οι ιδέες του Papert θα συζητηθούν αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο. Εδώ θα περιοριστούμε να επισημάνουμε πως η βασική του προσέγγιση ήταν ότι ειδικά σχεδιασμένα ψηφιακά εργαλεία μπορούν να γίνουν εργαλεία έκφρασης ιδεών και εννοιών στα χέρια των μαθητών και ότι οι μαθητές μπορούν με τα εργαλεία αυτά να δημιουργούν εικονικά αντικείμενα, είτε αυτά αποτελούν ένα γραπτό κείμενο, είτε ένα μοντέλο μαθηματικού αντικειμένου ή φυσικού φαινομένου. Ο δυναμικός χαρακτήρας της τεχνολογίας αυτής ενθαρρύνει τους μαθητές να σκέφτονται 'μαζί με το εργαλείο' αλλάζοντας και ξαναλλάζοντας τις κατασκευές τους σαν να μαστορεύουν πάνω στα νοητικά τους δημιουργήματα. Με βάση την προσέγγιση αυτή, η τεχνολογία μπορεί να παίζει το ρόλο του καταλύτη για τη δημιουργία εκπαιδευτικών περιβαλλόντων, όπου ο μαθητής θα έχει το ρόλο του μικρού επιστήμονα (Papert, 1975).

Η κυρίαρχη αντίληψη στον ευρύτερο κοινωνικό και επιστημονικό χώρο, όμως, ήταν -και συνεχίζει να είναι- τεχνο-κεντρική, όπως την αποκάλεσε και ο Papert (1987). Αυτό σημαίνει ότι η τεχνολογία εκλαμβάνεται ως ένα αντικείμενο, το οποίο επιδρά στον άνθρωπο και προκαλεί δραστηριότητες, νοοτροπίες και αντιλήψεις. Σύμφωνα με την προσέγγιση αυτή θα ευσταθούσε, για παράδειγμα, η φράση 'το Cabri Geometre βελτιώνει τη επίδοση του μαθητή στην Γεωμετρία'. Αντίθετα, η προσέγγιση του Papert ήταν από την αρχή ανθρωποκεντρική. Δίνει έμφαση στο τι κάνει ο άνθρωπος με την τεχνολογία,

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

δηλαδή θα διατύπωνε την παραπάνω φράση ως εξής: ‘ο μαθητής τάδε χρησιμοποίησε το Cabri Geometre για να κατασκευάσει ένα ισοσκελές τρίγωνο και έτσι κατάλαβε ότι χρειάζεται να χρησιμοποιήσει την ιδιότητα της μεσοκαθέτου, διότι, όταν δεν την είχε χρησιμοποιήσει, το τρίγωνο έπαυε να είναι ισοσκελές με τη πρώτη μετατόπιση μιας κορυφής’. Η αντίληψη αυτή επηρεάζει καταλυτικά τον τρόπο με τον οποία κανείς μελετά και σχεδιάζει την αξιοποίηση της τεχνολογίας στην εκπαίδευση. Σημαίνει, για παράδειγμα, ότι κάθε μαθητής θα χρησιμοποιήσει οποιοδήποτε δεδομένο λογισμικό με διαφορετικό τρόπο. Επομένως, αυτό που έχει σημασία είναι η άποψη του κάθε μαθητή για το τι είναι το λογισμικό, και όχι τόσο το ίδιο το λογισμικό. Για τον καθένα, η αντίληψη αυτή είναι ιδιότυπη και ξεχωριστή. Άρα αυτό που μας απασχολεί δεν είναι το λογισμικό αυτό καθ’ αυτό, αλλά το νοητικό κατασκεύασμα του κάθε χρήστη, δηλαδή ένα ‘άλλο λογισμικό’ από αυτό που έφτιαξε ο κατασκευαστής του.

Οι απόψεις αυτές υπήρξαν το εφαλτήριο για τη σύσταση ενός νέου επιστημονικού κλάδου που αφορούσε τη χρήση της τεχνολογίας από τον άνθρωπο. Οι νέες αυτές απόψεις διατυπώθηκαν για πρώτη φορά στο χώρο της εκπαίδευσης, όταν επιχειρήθηκε η διάκριση μεταξύ των λειτουργικοτήτων ενός λογισμικού και των τρόπων που τις χρησιμοποιεί ο μαθητής (structural vs. formative perspective, Edwards, 1988). Εδώ και μερικά χρόνια όμως, η προσέγγιση εδραιώθηκε και θεμελιώθηκε θεωρητικά από έναν επιστημονικό κλάδο που δεν συνδέεται με τη διδακτική των μαθηματικών ή τις επιστήμες της αγωγής, γενικότερα, αλλά από το χώρο της γνωστικής εργονομίας υπολογιστικών διακειμένων, κλάδο εφαρμογής της ψυχολογίας στο σχεδιασμό διακειμένων (Verillon & Rabardel, 1995). Βάσει αυτής της θεώρησης είναι πλέον εφικτή μια βασική διάκριση μεταξύ του ‘πράγματος’ – λογισμικού το οποίο αποκαλείται ‘κατασκεύασμα’ (artifact) και του εργαλείου (instrument). Η λέξη artifact είναι εκ προθέσεως επιλεγμένη από το χώρο της αρχαιολογίας και των ανασκαφών σηματοδοτώντας ότι αποτελεί κάτι που κατασκευάστηκε από τον άνθρωπο, σε αντίθεση με τα φυσικά αντικείμενα. Η λέξη εργαλείο δείχνει ακριβώς ότι ένα κατασκεύασμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο με

πολλούς τρόπους, ακόμα και αν δεν σχεδιάστηκε από τον κατασκευαστή του για αυτή τη χρήση. Η θεωρία αυτή έχει βρει σημαντικό έρεισμα στη διδακτική των μαθηματικών. Ειδικότερα, η συνέπεια αυτής της θεώρησης για τη διδακτική των μαθηματικών είναι ότι οποιοδήποτε λογισμικό, είτε είναι σχεδιασμένο για τη μάθηση των μαθηματικών είτε όχι, αναπόφευκτα θα χρησιμοποιηθεί από τον μαθητή με ιδιόμορφο, εξατομικευμένο τρόπο που είναι αναπόφευκτα διαφορετικός από αυτόν που φαντάστηκε ο κατασκευαστής του (Artigue, 2002). Αυτό που έχει ενδιαφέρον είναι να διακρίνουμε μεταξύ των δύο και να δίνουμε ισοβαρή σημασία στα ανθρώπινα εργαλεία που δημιουργούνται από τη χρήση των κατασκευασμάτων – λογισμικών. Μάλιστα οι Guin and Trouche (1999), εστιάζοντας το ενδιαφέρον τους στη διδακτική των μαθηματικών επισημαίνουν ότι η διαδικασία της δημιουργίας εργαλείου είναι πιθανό να μην αφήνει ανέπαφο ούτε το ίδιο το κατασκεύασμα, αλλά να αλλάζει τις ίδιες του τις λειτουργικότητες. Για να κάνει κάποια δουλειά/εργασία ο μαθητής, δηλαδή, αλλάζει τις λειτουργικότητες του κατασκευάσματος φτιάχνοντας ένα άλλο. Η διαδικασία αυτή ονομάστηκε αλλοίωση κατασκευής (instrumentalization), ενώ η διαδικασία όπου δημιουργείται ένα εργαλείο χωρίς να αλλάξουν οι λειτουργικότητες του κατασκευάσματος ονομάστηκε απλά δημιουργία εργαλείου (instrumentation).

Η σημασία της βαθιάς πρόσβασης στις λειτουργικότητες της τεχνολογίας

Οι έννοιες αυτές δείχνουν πόσο μεγάλη σημασία έχει να προσδιορίζει κανείς την τεχνολογία μέσα από τον τρόπο που τη διαμορφώνει η ανθρώπινη χρήση. Για την εκπαίδευση, ιδιαίτερη πρόσθετη παιδαγωγική αξία έχει η ψηφιακή τεχνολογία όταν **χρησιμοποιείται ως πολιτισμικό εκφραστικό μέσο, ως ένα νέο εναλλακτικό δυναμικό εργαλείο έκφρασης μαζί και παράλληλα με τον προφορικό και γραπτό λόγο**. Από επιστημολογικής πλευράς, για τη διδακτική των μαθηματικών αυτό σημαίνει ότι και τα ίδια θεωρούνται ως μέσο έκφρασης της ανθρώπινης λογικής, ότι δηλαδή αποτελούν μια πολιτισμική έκφραση όπως είναι η ανθρώπινη γλώσσα (Davis and Hersch, 1981, Papert, 1980). Η αντίστοιχη στα γλωσσικά μαθήματα επικοινωνιακή διδακτική μέθοδος, στη

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

διδασκτική των μαθηματικών αφορά την επικοινωνία λογικο-μαθηματικών εννοιών, δηλαδή την έκφραση μαθηματικών νοημάτων και τη χρήση τους για επικοινωνία.

Το λογισμικό που είναι ευρέως διαθέσιμο για λόγους επαγγελματικής και προσωπικής χρήσης είναι αναπόφευκτα σχεδιασμένο με βάση ένα πολύπλοκο συνονθύλευμα από προτεραιότητες. Μέσα σε αυτές υπάρχει, άλλες φορές σε μεγαλύτερο, άλλες σε μικρότερο βαθμό η έννοια της πρόσβασης στις λειτουργικότητες της τεχνολογίας από πλευράς του χρήστη. Τα λεγόμενα ‘macros’, δηλαδή μηχανισμοί προσωπικής διαμόρφωσης ορισμένων λειτουργικοτήτων, είναι ο ευρύτερα διαδεδομένος τρόπος τέτοιας πρόσβασης. Παράλληλα όμως υπάρχει και το στοιχείο της αποτροπής του χρήστη από την πρόσβαση σε λειτουργικότητες και σε πολλές περιπτώσεις είναι απόλυτα λογικό. Για φανταστείτε, για παράδειγμα, να μπορεί ο ταξιδιωτικός πράκτορας να ‘διώξει’ κάποιον που έχει κάνει κράτηση από άλλο πρακτορείο για να βάλει το δικό του πελάτη; Δεν μπορεί να το κάνει, γιατί είναι κλειδωμένη η πρόσβαση στην αντίστοιχη λειτουργικότητα της βάσης δεδομένων για τις κρατήσεις. Για να εδραιωθεί η χρήση της τεχνολογίας ως εκφραστικό μέσο, όμως, πρέπει στην εκπαίδευση -αλλά και στην κοινωνία ευρύτερα- εκεί όπου είναι δυνατό, ο χρήστης να έχει όσο το δυνατό βαθύτερη πρόσβαση στις λειτουργικότητες των εργαλείων που χρησιμοποιεί. Πρέπει δηλαδή να μπορεί να προσδιορίζει πώς ακριβώς θέλει να είναι το δικό του εργαλείο και να μπορεί να το μετατρέψει σε όσο το δυνατό πλουσιότερο μέσο έκφρασης. Μιας και εξ ορισμού το πλουσιότερο μέσο έκφρασης είναι η γλώσσα, αντίστοιχα και για τις τεχνολογίες το μέσο δεν μπορεί να παρά να είναι η γλώσσα προγραμματισμού των υπολογιστών (βλ. diSessa, 2000, 1990 για εκτενέστερη συζήτηση). Οι γλώσσες προγραμματισμού είναι εξ ορισμού τα μέσα που δίνουν τις περισσότερες εκφραστικές δυνατότητες στον άνθρωπο, όταν χρησιμοποιεί τις ψηφιακές τεχνολογίες για να εκφραστεί και να δημιουργήσει. Η κυρίαρχη αντίληψη όμως είναι ότι αυτές αφορούν μόνο τους πληροφορικούς και τους επαγγελματίες προγραμματιστές.

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

Δεν είναι όμως έτσι τα πράγματα. Όλο και περισσότερο, αναπτύσσονται κατασκευάσματα (για να χρησιμοποιήσω την ορολογία του Rabardel) που ενέχουν προγραμματιστικότητα, δηλαδή τη δυνατότητα να έχει ο χρήστης πρόσβαση στις λειτουργικότητές τους όχι μέσα από macros αλλά από πλήρεις, κατάλληλα σχεδιασμένες γλώσσες προγραμματισμού. Ο σχεδιασμός των γλωσσών αυτών είναι τέτοιος ώστε να χρειάζεται όσο το δυνατό λιγότερες τεχνικές γνώσεις για τη λειτουργία των μηχανημάτων: η σημειολογία και η σύνταξη των γλωσσών αυτών γίνεται άλλες φορές με εικονικά και άλλες με τυπικά σύμβολα. Ο προγραμματισμός με την έννοια αυτή μπορεί να παίξει ένα ευρύτερο ρόλο στην εκπαίδευση, αυτόν του εμπλουτισμού της ανθρώπινης εκφραστικής ικανότητας μέσα από συλλογική και ατομική δράση. Μπορεί δηλαδή να γίνει ένα πολιτισμικό εκφραστικό μέσο (Eisenberg, 1995. diSessa & Abelson, 1986).

Με ποια έννοια μπορεί όμως ο προγραμματισμός να εμπλουτίσει την έκφραση μαθηματικών εννοιών; Τη θεμελίωση της διασύνδεσης του προγραμματισμού με την έκφραση μαθηματικών εννοιών την προσέφερε ο Papert το 1980 στο βιβλίο του 'Νοητικές Θύελλες'. Κατασκεύασε μια γλώσσα προγραμματισμού, την Logo (όρος προερχόμενος ετυμολογικά από τη λέξη 'λογισμός'), ειδικά σχεδιασμένη για να μπορούν να την μάθουν και να την χρησιμοποιήσουν μη τεχνικοί χρήστες και μάλιστα μαθητές μικροί μαθητές του δημοτικού σχολείου. Η γλώσσα αυτή είχε τυπικά σύμβολα και σύνταξη σχεδιασμένη, ώστε να πλησιάζει όσο το δυνατό τον μαθηματικό τυπικό φορμαλισμό. Η περιγραφή των λειτουργικοτήτων της γλώσσας γίνεται πιο κάτω, στην ενότητα που περιγράφονται τα λογισμικά για τη διδακτική των μαθηματικών. Εδώ ξεκινάμε από το ότι αποτέλεσε μια χειροπιαστή βάση για τη διασύνδεση της δραστηριότητας του προγραμματισμού με την έννοια του 'κάνω μαθηματικά'. Ποια είναι τα βασικά στοιχεία της σχέσης αυτής; Κατ' αρχήν, ο προγραμματισμός ενθαρρύνει τους μαθητές να αναπτύξουν διαισθητικές ιδέες και να τις εκφράσουν με τη χρήση συμβόλων, να τις 'εκτελέσουν' στον Η/Υ και να παρατηρήσουν άμεσα το αποτέλεσμά τους, συγκρίνοντάς το με το αποτέλεσμα που επιδίωκαν πριν από την 'εκτέλεση'. Δίνει δηλαδή στα

μαθηματικά την έννοια της άμεσης εκτελεσιμότητας και άρα την αίσθηση στους μαθητές ότι η κάθε ιδέα τους έχει άμεση εφαρμογή την οποία και μπορούν να δουν. Τους δίνει επίσης τη δυνατότητα να ομαδοποιήσουν ένα σύνολο ιδεών και μετά είτε να τις χρησιμοποιήσουν ως ένα αντικείμενο, στο οποίο δίνουν οι ίδιοι μια συγκεκριμένη ονομασία, σε ένα υψηλότερο αφαιρετικό επίπεδο, είτε να στοχαστούν πάνω σε μια συγκεκριμένη ιδέα που ενυπάρχει σ' αυτό το αντικείμενο. Έτσι μπορούν να χρησιμοποιήσουν μια ιδέα με εναλλακτικό τρόπο, και ως εργαλείο (για να χρησιμοποιήσουμε την ορολογία της Douady, 1985), αλλά και ως αντικείμενο πάνω στο οποίο μπορούν να στοχαστούν. Σχετικά με την αναπαράσταση των ιδεών και των αντικειμένων, το προγραμματιστικό περιβάλλον σχεδιάζεται συχνά κατά τρόπο, ώστε η 'εκτέλεση' μιας συμβολικής έκφρασης να παράγει γραφική ανατροφοδότηση. Αυτό βασίζεται στην ιδέα του Papert να κατασκευάσει την 'Γεωμετρία της Χελώνας', δηλαδή ένα υποσύνολο της γλώσσας Logo, όπου δίνονται εντολές στροφής και μετατόπισης σε μια εικονική οντότητα (τη 'χελώνα') που έχει θέση και διεύθυνση στο επίπεδο. Κάθε μετατόπιση μπορεί να αφήσει ένα γραμμικό ίχνος και έτσι να δώσει την αίσθηση ότι 'οδηγώντας' τη χελώνα μπορεί κανείς να κατασκευάσει γραμμικά σχήματα. Στις περιπτώσεις που έχουμε γραφική ή άλλης μορφής εικονική ανατροφοδότηση, οι μαθητές συμμετέχουν σε ένα πλούσιο αλληλεπιδραστικό παιχνίδι μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων, σαν να μετακινούνταν κατά μήκος ενός αλληλεπιδραστικού-εικονικού-συμβολικού αναπαραστασιακού σπειροειδούς (Bruner 1974, Mason 1987). Όπως αναφέρουν οι Noss και Hoyles (1992) «η συμβολική αναπαράσταση επιδέχεται γενίκευσης... τα αντικείμενα έχουν ορατές και ποσοτικές διαστάσεις, οι οποίες σχετίζονται μ' αυτά και μπορούν να μεταβληθούν και να ρυθμιστούν. Έτσι υπάρχει η προοπτική συγκερασμού της συμβολικής με τη διαισθητική μορφή» (σελ. 457). Ο προγραμματισμός, λοιπόν, επιτρέπει την συνάντηση του διαισθητικού και του αναστοχαστικού τρόπου σκέψης. Επιπλέον, όπως ακριβώς συμβαίνει και με τη γλώσσα, ο προγραμματισμός δίνει στο μαθητή τη δυνατότητα να δημιουργήσει, να επεκτείνει και να εμπλουτίσει ένα λεξιλόγιο σχετικό με ένα συγκεκριμένο γνωστικό πεδίο (Eisenberg, 1995) και, σε αντίθεση με την προφορική ή τη

γραφτή γλώσσα, δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να σχεδιάσουν και να κατασκευάσουν αντικείμενα (Harel και Papert 1991).

Ταξινομήσεις ψηφιακών τεχνολογιών για την εκπαίδευση

Τα τεχνολογικά κατασκευάσματα που μπορούν να αποτελέσουν εργαλεία για πρόσθετη παιδαγωγική αξία μπορούν να διαχωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες, τα νοητικά εργαλεία και τα επικοινωνιακά μέσα (Κυνηγός και Δημαράκη, 2002). Με τα νοητικά εργαλεία, οι μαθητές δημιουργούν και κατασκευάζουν μοντέλα φαινομένων, σχέσεων και αναπαραστάσεων. Αξιοποιούν την άμεση, ακριβή αλλά και ουδέτερη ανταπόκριση του εργαλείου, πειραματίζονται και διερευνούν, εκφράζουν, διατυπώνουν και αναπαριστούν ιδέες και έννοιες. Τα εργαλεία αυτά προσομοιώνουν μοντέλα, φαινόμενα, καταστάσεις και επιτρέπουν στο χρήστη να δημιουργήσει και να επεκτείνει τις λειτουργίες και τα χαρακτηριστικά τους με δημιουργικό τρόπο, που πολλές φορές εκπλήσσει τον δημιουργό του εργαλείου και τον εκπαιδευτικό. Έτσι, κατά το σχεδιασμό των αντίστοιχων υπολογιστικών εφαρμογών έχουν κεντρική θέση οι απόψεις και οι προβληματισμοί για τη δομή και την επιστημολογία του γνωστικού αντικειμένου, καθώς και για τις πρωτογενείς αντιλήψεις και τις δυσκολίες κατανόησης από τους μαθητές.

Τα επικοινωνιακά μέσα συνδέονται με τη δυνατότητα του υπολογιστή να παίζει το ρόλο του παραθύρου σε πηγές πληροφοριών και τη δυνατότητα για συλλογική επικοινωνία, γραπτή και προφορική, μέσω του υπολογιστή. Προσεγγίζοντας τον υπολογιστή ως μέσο, η έμφαση συνήθως δίνεται στην πληροφόρηση: στον πλούτο της πληροφορίας και στην πρόσβαση σε αυτή. Τέτοιες εφαρμογές συχνά παρέχουν δυνατότητες αναζήτησης, επισκόπησης και επεξεργασίας πληροφοριών. Η έμφαση πέφτει επίσης στην επικοινωνία από απόσταση και τους τρόπους διαχείρισης της επικοινωνίας αυτής. Η αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών ως επικοινωνιακών και πληροφοριακών μέσων και πηγών εμφανίστηκε με τον ερχομό των πολυμέσων και του διαδικτύου εδώ και περίπου δέκα χρόνια. Επομένως ως αφετηρία δεν έχουν εξειδικευμένες παιδαγωγικές εφαρμογές, αλλά εφαρμογές γενικής χρήσης, που διεισδύουν

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

στην καθημερινότητά μας σε μια σειρά από δραστηριότητες εκτός εκπαίδευσης. Ωστόσο, έχουν αναπτυχθεί παρόμοιες τεχνολογίες που εξυπηρετούν ειδικότερα την εμπλοκή των μαθητών με τη διαχείριση της πληροφορίας, την επικοινωνία και τη συνεργασία σε διάφορες μορφές συλλογικότητας.

Τα λογισμικά μπορούν επίσης να διαχωριστούν σε αυτά που έχουν σχεδιαστεί ειδικά για την εκπαίδευση και αυτά που ικανοποιούν ανάγκες επαγγελματικές ή στοχεύουν στην ευρεία κοινωνική χρήση, αλλά έχουν χρησιμοποιηθεί στην εκπαίδευση με τρόπους που προσφέρουν πρόσθετη αξία. Υπάρχουν πολλά παραδείγματα δημιουργικής αξιοποίησης των γενικών εργαλείων στην εκπαίδευση, όπως των εργαλείων σχεδίασης, των λογιστικών φύλλων, των επεξεργαστών κειμένου, των περιηγητών του διαδικτύου, των λογισμικών ηλεκτρονικού ταχυδρομείου και των δυναμικών ιστοχώρων (portals). Πάντα όμως θα είναι απαραίτητα ειδικά σχεδιασμένα για την εκπαίδευσης εργαλεία, τα οποία λόγω των λειτουργικοτήτων ή των διακειμένων τους μπορούν να αξιοποιηθούν για τη δημιουργία νοημάτων και την απόκτηση εκφραστικών ικανοτήτων.

Για την εκπαίδευση έχουν αναπτυχθεί πολλές μορφές τεχνολογικών εργαλείων που στοχεύουν σε άλλες πτυχές εκτός από αυτήν της παραγωγής πρόσθετης παιδαγωγικής αξίας στη μάθηση και τη διδασκαλία. Μια γενική ταξινόμηση με βάση την προσέγγιση στο εκπαιδευτικό έργο έχει ως εξής:

Τεχνολογίες διαχείρισης της εκπαίδευσης. Τα λεγόμενα συστήματα διαχείρισης της μάθησης (learning management Systems). Προήλθαν από το χώρο της ενδο-εταιρικής κατάρτισης και επομένως ήταν αρχικά σχεδιασμένα για τεχνική, ενημερωτική κατάρτιση στελεχών επιχειρήσεων. Είναι βασισμένα στο μοντέλο της διαχείρισης της πληροφορίας, η οποία είναι και το κύριο αντικείμενο της κατάρτισης αυτής. Βασικό στοιχείο τους είναι οι λειτουργικότητες που επιτρέπουν διοικητική παρακολούθηση της δραστηριότητας των χρηστών, ο ρόλος των οποίων είναι είτε να απαντούν σε αυτοματοποιημένες ερωτήσεις (στα πιο σύγχρονα συστήματα υπάρχει υπολογιστικό μοντέλο καταρτιζόμενου,

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

το οποίο καθορίζει τη δυσκολία των ερωτήσεων ανάλογα με τις απαντήσεις που δίνονται). Άλλο στοιχείο τους είναι το εκπαιδευτικό υλικό που έχει σχεδιαστεί για απ'ευθείας χρήση του παραλήπτη με πολύ μικρή ή καθόλου διαπροσωπική διαμεσολάβηση εκπαιδευτικού. Στο υλικό αυτό -είτε δίνονται απλά πληροφορίες μέσω αυτού (το συνηθισμένο) είτε πρόκειται για λογισμικό-δίνεται η ονομασία 'μαθησιακό αντικείμενο' (learning object).

Τεχνολογίες ως πηγές πληροφοριών. Ουσιαστικά πρόκειται για το διαδίκτυο και τις πληροφοριακού χαρακτήρα ιστοσελίδες. Εκεί μπορεί να γίνει αναζήτηση και πλοήγηση ελεύθερη ή προκαθορισμένη από τον εκπαιδευτικό, όπως για παράδειγμα σε μια συγκεκριμένη ιστοσελίδα..

Καθοδηγητικές τεχνολογίες. Είναι τα λεγόμενα 'ευφυή' συστήματα διδασκαλίας (intelligent tutoring systems) και αποτελούν εφαρμογές της τεχνητής νοημοσύνης από το χώρο της πληροφορικής. Έχουν συνήθως αυτοματοποιημένα μοντέλα μαθητή, εκπαιδευτικού και διαχείρισης της χρήσης των συστημάτων αυτών με διαβαθμισμένη πρόσβαση ανάλογα με το ρόλο του κάθε χρήστη. Διέπονται από μια αμιγώς συμπεριφοριστική αντίληψη για την εκπαιδευτική διαδικασία, εφόσον το μηχάνημα είναι αυτό που ουσιαστικά καθοδηγεί την ανθρώπινη δράση. Για την εκπαίδευση είναι χρήσιμα κυρίως σε τεχνικού χαρακτήρα κατάρτιση και σε μερικές περιπτώσεις για τα ΑΜΕΑ.

Τεχνολογίες ως μέσα επικοινωνίας και συνεργασίας. Πρόκειται για τις γνωστές εκπαιδευτικές πύλες και για ειδικά σχεδιασμένα συστήματα συλλογικών συζητήσεων. Οι πύλες είναι πολυδιάστατα συστήματα που παρέχουν/περιλαμβάνουν βιβλιοθήκες υλικού, λειτουργικότητες δομημένης συζήτησης, δυνατότητα σύνταξης κειμένων από κοινού (τα 'wikis'), λειτουργικότητες ενημέρωσης και ανακοινώσεων. Διακρίνονται κι αυτά από τη διαβαθμισμένη πρόσβαση.

Τεχνολογίες ως νοητικά και εκφραστικά εργαλεία. Πρόκειται για λογισμικά που έχουν σχεδιαστεί ειδικά για τη μαθησιακή διαδικασία. Το μοντέλο που τα διέπει

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

είναι ότι ο μαθητής τα χρησιμοποιεί ως εργαλεία έκφρασης, δημιουργίας, πειραματισμού και κατασκευών. Έχουν αυστηρά ουδέτερη ανταπόκριση και η μάθηση προκύπτει από τη σταδιακή εκμάθηση των κανόνων χρήσης τους οι οποίοι είναι άρρηκτα συνδεδεμένοι με το προς μάθηση αντικείμενο.

Τεχνολογίες για τη διδακτική των μαθηματικών. Στη διδακτική των μαθηματικών ή στην κατάρτιση των εκπαιδευτικών αυτής της ειδικότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν όλες οι πιο πάνω τεχνολογίες. Σημαντικό κριτήριο για το είδος των τεχνολογιών που είναι κατάλληλες αποτελούν τα χαρακτηριστικά των μαθητών στους οποίους απευθυνόμαστε. Όταν οι μαθητές θεωρείται ότι κατανοούν τα προς διδασκαλία μαθηματικά και έχουν τις απαραίτητες ικανότητες μαθηματικής σκέψης, τότε ακόμα και τα 'ευφυή' συστήματα ή και τα συστήματα διαχείρισης μπορεί να χρησιμεύσουν στην κατάρτισή τους. Όταν ο διδακτικός στόχος είναι να καλλιεργήσει ο μαθητής την ικανότητα μαθηματικής σκέψης και να αντιμετωπίσει έννοιες δυσνόητες γι' αυτόν, τότε πιο κατάλληλα είναι τα νοητικά εργαλεία και τα εργαλεία επικοινωνίας και συνεργασίας, καθώς αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για διαπραγμάτευση και διάλογο σχετικό με μαθηματικές έννοιες.

Η ταξινόμηση με βάση τη διερευνητική μάθηση

Η διερευνητική μάθηση ως πρόσθετη παιδαγωγική αξία

Όπως συζητήσαμε νωρίτερα, είναι πολύ δύσκολο στα εκπαιδευτικά συστήματα ανά τον κόσμο να δοθεί έμφαση σε πτυχές της μαθησιακής διαδικασίας πέρα από την απομνημόνευση και την εξάσκηση στην ικανότητα επίλυσης ασκήσεων, όπως, για παράδειγμα σε γνώσεις σχετικές με αφηρημένες και αποστασιοποιημένες από τις εμπειρές του μαθητή. Ειδικά στα συστήματα που, όπως το δικό μας, εντάσσονται στο κεντρικό ευρωπαϊκό μοντέλο (Plomp et. al., 1996) η μετωπική διδασκαλία και η αυστηρή παρακολούθηση των αναλυτικών προγραμμάτων είναι το κυρίαρχο στοιχείο στη σχολική τάξη, ενώ στη χώρα μας είναι έντονο και το στοιχείο της αποκάλυψης έγκυρων και αδιαμφισβήτητων 'αληθειών' συνοδευόμενο από την έντονη ανάγκη για συνεχή προσδιορισμό της

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

ιστορικής και πολιτισμικής μας κληρονομιάς και ταυτότητας. Εδώ δεν ισχυρίζεται κανείς ότι αυτές οι πτυχές της μαθησιακής διαδικασίας δεν υπηρετούν τη μάθηση. Όμως οι μηχανισμοί και οι μέθοδοι ξιλόγησης στα εκπαιδευτικά συστήματα (πόσο μάλλον του δικού μας), υποβαθμίζουν σε μεγάλο βαθμό το ότι η μαθησιακή διαδικασία έχει και άλλες πτυχές. Επιπλέον, αυτές πολύ λίγο ενθαρρύνονται και αναγνωρίζονται στην εκπαιδευτική πράξη εκ των πραγμάτων, παρότι οι επιστήμες της αγωγής μας δείχνουν όλο και πιο έντονα τα τελευταία 70 περίπου χρόνια ότι είναι ιδιαίτερα σημαντικές και αποτελούν τον κορμό του τρόπου με τον οποίο μαθαίνουμε. Στο επόμενο κεφάλαιο θα συζητηθούν οι βασικές έννοιες για τη μαθησιακή διαδικασία, όπως διατυπώνονται από τις επιστήμες της αγωγής. Εδώ, παραθέτω μια σειρά από πτυχές της μαθησιακής διαδικασίας που αφ' ενός είναι ιδιαίτερα σημαντικές για τη μάθηση, ενώ στην εκπαιδευτική πράξη είναι υποβαθμισμένες, και αφ' ετέρου μπορούν να καλλιεργηθούν με καινούργιους αναβαθμισμένους τρόπους με την αξιοποίηση εργαλείων ψηφιακής τεχνολογίας.

Δράση. Πρόκειται για τη μάθηση που προέρχεται από κάποια δραστηριότητα του μαθητή, δηλαδή για τη μαθησιακή κατάσταση όπου ο ρόλος του μαθητή είναι να εμπλακεί σε μια δραστηριότητα (το γνωστό 'learning by doing' που έχουν αναλύσει ο Papert και άλλοι πριν – όπως ο Dewey το 1933 - και μετά από αυτόν).

Βίωμα. Είναι συγγενής πτυχή με τη δράση, όμως την παραθέτω ξεχωριστά για να τονιστεί η σημασία της εμπειρίας, δηλαδή της δημιουργίας διαισθήσεων και βιωμάτων. Η μάθηση καλλιεργείται μέσα από δραστηριότητες που δημιουργούν βιώματα ή εμπειρίες σχετικές με το διδακτικό στόχο.

Πειραματισμός. Πρόκειται για τη διαδικασία του πειραματισμού, δηλαδή της εικασίας, της διατύπωσης υποθέσεων, της εκτέλεσης του πειράματος, της παρατήρησης, της διατύπωσης προσωπικών συμπερασμάτων, της επαλήθευσης αλλά και της απόρριψης εικασιών. Η πτυχή αυτή βρίσκεται στην καρδιά της επιστημονικής συμπεριφοράς/ σκέψης/αντιμετώπισης των πραγμάτων.

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

Έρευνα – αναζήτηση. Ο πειραματισμός εντάσσεται σε αυτή την ευρύτερα διατυπωμένη κατηγορία στην οποία η έμφαση δίνεται στη στάση του μαθητή απέναντι στη γνώση. Ο μαθητής δεν βλέπει τον κόσμο σαν να αποτελείται από αδιαμφισβήτητες αλήθειες και έγκυρες πληροφορίες -με το ρόλο του να περιορίζεται στην κατανόησή τους. Αντίθετα ενισχύεται στο μαθητή η τάση του να ερευνά για τον ίδιο του τον εαυτό, να αισθάνεται ότι ανακάλυψε κάτι χρήσιμο ή ενδιαφέρον για τον ίδιο, να αναζητά την κατανόηση και την πληροφορία αντί να περιορίζεται σε αυτή που θα του δοθεί.

Αμφισβήτηση. Πρόκειται για την ‘μηχανή’ της επιστημονική δράσης. Στο σχολείο η αμφισβήτηση όχι μόνο δεν ενθαρρύνεται, αλλά αντίθετα θεωρείται συχνά ‘αποκλίνουσα’ συμπεριφορά και συσχετίζεται με πειθαρχικά παρά με μαθησιακά θέματα. Η αμφισβήτηση ως πτυχή της μαθησιακής διαδικασίας χρειάζεται βέβαια την κατάλληλη διδακτική διαχείριση, ιδιαίτερα όταν ο εκπαιδευτικός απευθύνεται σε μαθητές ηλικιών , όπου η αμφισβήτηση βρίσκεται γενικότερα σε έξαρση.

Δημιουργία – ‘μαστόρεμα’. Πρόκειται για τη μάθηση μέσα από την κατασκευή (constructionism είναι ο όρος που έχει χρησιμοποιηθεί, Kafai & Resnick et al. 1996). Οι μαθητές μπορούν να επεξεργάζονται τις κατασκευές τους εν είδει μαστορέματος. Οι κανόνες λειτουργίας των εργαλείων είναι άρρηκτα συνδεδεμένοι με τις έννοιες και τις αναπαραστάσεις του γνωστικού αντικείμενου και έτσι οι μαθητές βρίσκονται στο ρόλο χρήσης εννοιών και αναπαραστάσεων ως εργαλεία κατασκευής. (Τα αντίστοιχα ψηφιακά εργαλεία αποτελούν τα βαλιτσάκια (κιτ) κατασκευών, όπως το mecano ή τα τουβλάκια της Lego.)

Διάλογος – επιχειρηματολογία. Η εξάσκηση στην ικανότητα επιστημονικού διαλόγου και επιχειρηματολογίας διευκολύνει την εμπάθυση και την διευκρίνιση δυσνόητων ή επιφανειακά κατανοηθέντων εννοιών. Οι ψηφιακές τεχνολογίες μπορούν να παίξουν διπλό ρόλο εδώ. Αφ’ενός μπορούν να αποτελέσουν αφορμή για εστιασμένο διάλογο, μιας και η συνεργατική

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

ενασχόληση με κάποιο ψηφιακό εργαλείο, ιδιαίτερα όταν πρόκειται για εργαλείο δημιουργίας και έκφρασης, απαιτεί επικοινωνία για κάτι πολύ συγκεκριμένο και χειροπιαστό. Αφ'ετέρου, υπάρχουν τα εργαλεία επικοινωνίας από απόσταση με τα οποία οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν σε συλλογική συζήτηση και διάλογο είτε με το γραπτό είτε με τον προφορικό λόγο (video-conferencing).

Συνεργασία. Εκτός από το διάλογο, σημαντική πτυχή της μαθησιακής διαδικασίας είναι η συνεργατική μάθηση ευρύτερα, δηλαδή η μάθηση μέσα από συνεργασίες μαθητών είτε για τη δημιουργία κάποιου μοντέλου ή κειμένου είτε κατά τη διαδικασία εκπόνησης από κοινού ενός project. Η τεχνολογία μπορεί να παίζει διπλό πάλι ρόλο εδώ, αντίστοιχο με αυτόν που περιγράψαμε στην καλλιέργεια του διαλόγου.

Συμμετοχή σε μορφές συλλογικότητας. Στο προ-τεχνολογικό σχολείο η μοναδική συλλογικότητα είναι ουσιαστικά η σχολική τάξη, όπου μάλιστα δεν μπορεί να καλλιεργηθεί ιδιαίτερα η συλλογική συμπεριφορά ως προς τη μαθησιακή διαδικασία παρά μόνο στις περιπτώσεις, όπου γίνεται διάλογος μέσα στην τάξη. Η βασική λειτουργία του μαθητή είναι σε μια ακτινωτή (??μήπως γραμμική? μονοσήμαντη??) σχέση με το δάσκαλο που περιορίζεται κυρίως στην παρακολούθηση του μαθήματος και την αξιολόγηση της επίδοσής του μέσω της γραπτής εξέτασης. Με τα ψηφιακά εργαλεία συνεργασίας μπορούν να δημιουργηθούν πολλών μορφών συλλογικότητες, όπως π.χ. η κοινότητα των μαθητών τρίτης γυμνασίου των Κυκλάδων ή η κοινότητα των μαθητών με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη γεωμετρία. Με την κατάλληλη διδακτική μπορεί με τον τρόπο αυτό να δημιουργηθούν κοινότητες μάθησης, όπου οι μαθητές διδάσκονται εκτός από το γνωστικό αντικείμενο, τη συλλογική συμπεριφορά, πώς δηλαδή να δρουν, να συνεισφέρουν και να αυτοπροσδιορίζονται μέσα σε μαθητικές κοινότητες.

Δημιουργία νοημάτων. Η πτυχή αυτή αφορά στη διαδικασία δημιουργίας νοημάτων από το μαθητή, που εντάσσεται στην κατασκευαστική θεωρία για τη

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

μάθηση και θα συζητηθεί στο επόμενο κεφάλαιο. Η μάθηση έτσι κι αλλιώς χαρακτηρίζεται κατά κύριο λόγο από τη δημιουργία νοημάτων από το μαθητή, παρά από την κατανόηση έτοιμων και αφηρημένων πληροφοριών και νοημάτων. Στη σχολική τάξη οι μαθητές δημιουργούν νοήματα, συχνά πολύ διαφορετικά από αυτά που υπάρχουν στο αναλυτικό πρόγραμμα τόσο που στις επιστήμες της αγωγής έχουν χαρακτηριστεί ως παρα-πρόγραμμα. Το πρόβλημα είναι ότι οι συνθήκες διδασκαλίας στην τάξη δεν επιτρέπουν να γίνει το μάθημα έτσι ώστε να ενθαρρύνονται οι μαθητές να εμπλέκονται σε καταστάσεις δημιουργίας νοημάτων, ούτε τους αναγνωρίζεται όταν συμβαίνει. Με τα εργαλεία ψηφιακής τεχνολογίας μπορεί να δημιουργηθεί ένα μαθησιακό περιβάλλον, όπου οι μαθητές θα έχουν πολύ πιο συχνά ευκαιρίες να αναπτύξουν νοήματα, μιας και η πολυ-αναπαραστασιακή ιδιότητά τους και η ανταπόκρισή τους στις ενέργειες του μαθητή κάνουν την αλληλεπίδραση με τις έννοιες πολύ πιο «πυκνή» και εστιασμένη.

Αναπαράσταση. Τα ψηφιακά εργαλεία ενέχουν πολυποίκιλες αναπαραστάσεις εννοιών και πληροφοριών, άλλοτε ως πηγή και άλλοτε ως εκφραστικό μέσο. Όταν τα εργαλεία είναι σχεδιασμένα ειδικά για τη βασική εκπαίδευση, η επιλογή των αναπαραστάσεων είναι κρίσιμη, μιας και μπορούν αυτές συνδέονται άμεσα με την δημιουργία νοημάτων. Η διασύνδεση, για παράδειγμα, του τυπικού μαθηματικού φορμαλισμού με γραφικές παραστάσεις ή ακόμα και με προσομοίωση αντίστοιχων φαινομένων δίνει στο μαθητή τη δυνατότητα να συσχετίζει άμεσα τις αναπαραστάσεις με τις έννοιες που αναπαριστούν. Μπορεί ακόμα και να κάνει πολύ πιο κατανοητό και λειτουργικό τον ίδιο το μαθηματικό φορμαλισμό, όπως θα συζητηθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

Ψηφιακές τεχνολογίες για διερευνητική μάθηση

Πολλά είδη τεχνολογιών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την υποστήριξη των πτυχών της διερευνητικής μάθησης που παρατέθηκαν. Μερικά, αν και έχουν σχεδιαστεί για ευρύτερη χρήση από αυτή που αφορά στη βασική παιδεία, αποτελούν πολύ καλά εργαλεία και για τη συγκεκριμένη χρήση, όπως π.χ. οι επεξεργαστές κειμένου, τα λογισμικά φύλλα και οι μηχανές αναζήτησης του

διαδικτύου. Μερικά άλλα έχουν σχεδιαστεί για διαφορετικού τύπου εκπαιδευτική χρήση, όπως τα ηλεκτρονικά βιβλία που, αν και αποτελούν ηλεκτρονικές πληροφοριακές πηγές, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για διερευνητική μάθηση. Υπάρχουν όμως και ψηφιακά εργαλεία τα οποία έχουν σχεδιαστεί ειδικά για την υποστήριξη της διερευνητικής μάθησης (diSessa et. al. 1995). Αυτά τα εργαλεία, όπως θα δούμε στο πέμπτο κεφάλαιο, έχουν εξαιρετικά υψηλό κόστος κατασκευής λόγω της εξειδικευμένης τεχνογνωσίας που χρειάζεται για το σχεδιασμό τους και λόγω της ιδιομορφίας των λειτουργικοτήτων τους, ενώ παράλληλα δεν υπόσχονται ευρεία κατανάλωση ώστε το κόστος αυτό να μην αποτελεί εμπόδιο. Για το λόγο αυτό, τέτοιου είδους λογισμικά είναι ολιγάριθμα. Επίσης, από αυτά που υπάρχουν, μεγάλο ποσοστό αποτελούν προϊόντα που προέρχονται από ακαδημαϊκά ερευνητικά ιδρύματα και άρα δεν έχουν την τεχνική τελειότητα που έχουν τα ψηφιακά εργαλεία που αποτελούν εμπορικά προϊόντα. Ο εκπαιδευτικός ή το σύστημα που θέλει να τα αξιοποιήσει χρειάζεται να πορευτεί μέσα σε αυτήν την πραγματικότητα και άρα να ανεχθεί το ότι μερικά από αυτά θα είναι σε τεχνική ετοιμότητα επιπέδου ‘beta version’, όπως λέγεται στη γλώσσα της πληροφορικής, και ότι πολλά από αυτά θα είναι έτσι κι αλλιώς σε διαρκή εξέλιξη με συνεχείς αναβαθμίσεις.

Μαθησιακές δραστηριότητες με διερευνητικό λογισμικό

Ένας λειτουργικός τρόπος να ταξινομηθούν οι τεχνολογίες για διερευνητική μάθηση (από δω και στο εξής αναφέρονται ως ‘διερευνητικό λογισμικό’) είναι με βάση το συγκερασμό του είδους της μαθησιακής δραστηριότητας με το είδος της τεχνολογίας που την υποστηρίζει και με κριτήριο την πρόσθετη αξία που μπορεί να προκύψει από τη δραστηριότητα αυτή. Η ταξινόμηση αυτή έχει χρησιμοποιηθεί στο εργαστήριό μας εδώ και πολλά χρόνια αποτελώντας για μας ένα χρήσιμο εργαλείο ερμηνείας και περιγραφής των τρόπων αξιοποίησης της ψηφιακής τεχνολογίας για διερευνητική μάθηση. Η ταξινόμηση συνίσταται στις ακόλουθες επτά κατηγορίες δραστηριοτήτων.

Γραπτή έκφραση

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

Ο άνθρωπος εκφράζεται γραπτά εδώ και πάρα πολλά χρόνια και η γραπτή έκφραση αποτελεί έναν από τους βασικούς τρόπους έκφρασης και επικοινωνίας των μελών της κοινωνίας μας. Υπάρχει, άραγε, πρόσθετη αξία στη χρήση ψηφιακών εργαλείων γραπτής έκφρασης και ποιά μπορεί να είναι αυτή; Με ποιά έννοια οι ευκολίες, που αναμφισβήτητα παρέχει η επεξεργασία κειμένου, μπορούν να προσδώσουν μια τέτοια αξία στο γράψιμο;

Το ένα είδος πρόσθετης αξίας προκύπτει από τη δυνατότητα που μας δίνει η επεξεργασία κειμένου για επιλεκτική εστίαση κατά τη διαδικασία της γραπτής έκφρασης. Όταν ο μαθητής για παράδειγμα έχει να γράψει μια σχολική έκθεση, χρειάζεται να προσέξει την νοηματική ευκρίνεια των προτάσεών του, τη δομή και λογική ροή του κειμένου, τη σωστή σύνταξη, την ορθογραφία, την μορφοποίηση και το επίπεδο γενικότητας, δηλαδή το τι μπορεί να θεωρήσει δεδομένο, τι όχι και σε τι μπορεί απλά να αναφερθεί χωρίς να χρειάζεται να το εξηγήσει ή περιγράψει αναλυτικά. Με την προ-ψηφιακή τεχνολογία (χαρτί – μολύβι) όλα αυτά χρειάζεται να τα σκέφτεται ταυτόχρονα, γιατί, εάν δεν προσέξει οποιαδήποτε πτυχή, θα χρειαστεί να σβήσει και ξαναγράψει το κείμενο. Με τον επεξεργαστή κειμένου μπορεί να σχεδιάζει, να σκέφτεται και να δοκιμάζει να γράψει ‘μαζί’ με το ψηφιακό εργαλείο. Μπορεί να αλλάζει οποιοδήποτε μέρος του κειμένου οποιαδήποτε στιγμή χωρίς κανένα κόστος σε χρόνο, όσον αφορά στις επιπτώσεις που έχει η αλλαγή αυτή στο υπόλοιπο κείμενο. Άρα μπορεί να γράψει κάτι, για να δει πώς διαβάζεται, να δοκιμάσει να τοποθετήσει μια παράγραφο σε άλλο μέρος του κειμένου, για να δει αν η δομή είναι έτσι πιο ευκρινής, να ελέγξει την σύνταξη ή την ορθογραφία σε ξεχωριστή στιγμή κ.λ.π. Όλες αυτές οι δυνατότητες, εφ’όσον καθοδηγηθούν διδακτικά, μπορεί να αποτελέσουν ένα εργαλείο για βαθιά αλλαγή της στάσης των μαθητών απέναντι στο γράψιμο και, τελικά, της εμπειρίας του εκφράζεσθαι (Κουτσογιάννης, 2002). Μπορεί δηλαδή να καλλιεργηθεί στους μαθητές μια άτυπη, περιπαικτική σχέση με τη γραπτή έκφραση και να αρχίσουν να εκφράζονται γραπτά με μεγάλη ποικιλία επικοινωνιακών προθέσεων και ρόλων. Το φαινόμενο έχει πρόσφατα ενταθεί με τη χρήση των εργαλείων συγχρονισμένης γραπτής επικοινωνίας (‘chats’), με τα μηνύματα μέσω κινητών

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

τηλεφώνων ('sms'), με τα ψηφιακά παιχνίδια που έχουν τέτοιες λειτουργικότητες ενταγμένες μέσα στη ροή του παιχνιδιού ('world of worcraft, secondlife'). Η γραπτή έκφραση εμφανίζεται ήδη σε πολυποίκιλες άτυπες επικοινωνιακές καταστάσεις μαζί με τις τυπικές. Για να αποκτήσει πρόσθετη παιδαγωγική αξία, το φαινόμενο αυτό χρειάζεται την κατάλληλη διδακτική υποστήριξη. Δεν συμβαίνει αυτομάτως. Ομοίως δεν πρόκειται από μόνη της η λειτουργικότητα των αυτόματων ορθογράφων να επιφέρει καλύτερη γνώση της ορθογραφίας, εάν αφεθούν οι μαθητές μόνοι τους. Ενδέχεται μάλιστα να έχει το αντίθετο αποτέλεσμα. Όμως όταν ο εκπαιδευτικός έχει καταρτιστεί κατάλληλα, μπορεί η τεχνολογία αυτή να χρησιμοποιηθεί για το «μαστόρεμα» / (την επεξεργασία) του γραπτού λόγου και επομένως για τη δημιουργία πολύ πιο πλούσιων περιβαλλόντων μάθησης.

Το δεύτερο στοιχείο της τεχνολογίας το οποίο μπορεί να αξιοποιηθεί για πρόσθετη παιδαγωγική αξία είναι η δυνατότητα διασύνδεσης κειμένου με άλλες πηγές (τα 'links'). Η λειτουργικότητα αυτή επιτρέπει στο γράφοντα να δομεί πολυδιάστατες κειμενικές μορφές. Η δυνατότητα διασύνδεσης οποιουδήποτε μέρους του κειμένου με κάποιο άλλο κείμενο ή διαδικτυακή πηγή επιτρέπει τη δημιουργία δενδρικών κειμενικών δομών, οι οποίες και απαιτούν διαφορετικές ικανότητες γραφής αλλά και ανάγνωσης. Αυτές οι ικανότητες πολύ λίγο έχουν διερευνηθεί και προσδιοριστεί μέχρι σήμερα.

Συμβολική έκφραση λογικο-μαθηματικών εννοιών

Οι τεχνολογίες αυτές είναι σχεδιασμένες ώστε ο μαθητής να εκφράζει έννοιες ή σκέψεις με λογικο-μαθηματικά σύμβολα. Η διαφορά με τους επεξεργαστές κειμένου έγκειται στο ότι τα σύμβολα αυτά είναι εκτελέσιμες εντολές δίνονται προς τη μηχανή. Ο σχεδιασμός τους αφορά στο είδος των συμβόλων, τη σύνταξη, τη δομή, την επεκτασιμότητά τους καθώς και το ποια είναι η συγκεκριμένη ανταπόκριση του μηχανήματος, όταν εκτελεστούν. Η πρόσθετη μαθησιακή αξία προκύπτει από το ότι ο μαθητής εκφράζεται απ'ευθείας με τα σύμβολα αυτά και από το ότι βιώνει τη σημασία τους από την παρατήρηση του

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

τρόπου με τον οποίο ανταποκρίνεται το μηχάνημα (Kotsanis & Kynigos, 1993, Eisenberg, 1995, diSessa, 2000). Βρίσκεται δηλαδή σε ένα μαθησιακό περιβάλλον, όπου η συμβολική έκφραση είναι ο φυσιολογικός τρόπος έκφρασης εννοιών και όπου οι ευκαιρίες να χρησιμοποιήσει λειτουργικά σημαντικές έννοιες είναι πολύ περισσότερες σε σχέση με αυτές που έχει, όταν χρησιμοποιεί προ-τεχνολογικά εργαλεία. Τα εργαλεία συμβολικής έκφρασης έχουν το χαρακτήρα ‘νοητικού καθρέφτη’ με την έννοια ότι είναι σχεδιασμένα, ώστε η ανταπόκριση του μηχανήματος να αντιστοιχεί καθαρά και μόνο στο σύμβολο που έχει εκτελεστεί. Για το λόγο αυτό μοιάζουν συχνά φτωχά σε πολυμεσικά χαρακτηριστικά, σε λειτουργικότητες και δυνατότητες. Ο σχεδιασμός τους όμως στοχεύει στο να έχει ο χρήστης την αίσθηση ότι ελέγχει πλήρως ό,τι κάνει το μηχάνημα. Περισσότερα για τα εργαλεία αυτά θα ειπωθούν στη συνέχεια, μιας και εντάσσονται σε μια από τις τέσσερις κατηγορίες λογισμικών για τη διδακτική των μαθηματικών.

Ελεύθερη έκφραση

Τα εργαλεία αυτά είναι τα εργαλεία ζωγραφικής και επεξεργασίας εικόνων. Δεν θα αναφερθούμε εκτενέστερα σε αυτά. Θα περιοριστούμε μόνο στην επισήμανση ότι και με αυτά η πρόσθετη αξία έγκειται στη δυνατότητα μαστορέματος οποιουδήποτε δημιουργήματος και στην παροχή μεγάλης ποικιλίας από μικροεργαλεία με τα οποία ο μαθητής έχει στη διάθεσή του μια σειρά από αυτοματισμούς, όπως συγκεκριμένα σχήματα, σχήματα ‘πινέλου’, χειρισμό περιοχών της ζωγραφιάς κλπ.

Διαχείριση πληροφοριών

Υπάρχουν βέβαια πολλές βάσεις δεδομένων σχεδιασμένες για επαγγελματικούς σκοπούς και μάλιστα βρίσκονται σε εφαρμογή εδώ και πολλά χρόνια έχοντας διεισδύσει σε μεγάλο εύρος δραστηριότητες, μηχανισμούς και υπηρεσίες. Μερικές λειτουργικότητες των βάσεων αυτών, όπως η διαβάθμιση πρόσβασης, η σημασία στην εμφάνιση των δεδομένων (οι λεγόμενες ‘καρτέλες’), ο δικτυακός χαρακτήρας, δεν είναι ιδιαίτερα σημαντικές για τη βασική παιδεία,

και ειδικότερα για την εξοικείωση των μαθητών με βασικές έννοιες διαχείρισης της πληροφορίας με την εξάσκησή τους σε αυτές. Για το λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί ειδικές βάσεις για μαθησιακούς σκοπούς, όπου κυριαρχούν χαρακτηριστικά όπως η αμεσότητα καταχώρισης, οργάνωσης και ταξινόμησης πληροφοριών, ή η ποικιλόμορφη αναπαράσταση της ανάλυσής τους. Η πρόσθετη αξία προκύπτει από αυτές ακριβώς τις δραστηριότητες στις οποίες μπορεί να εμπλακεί δυναμικά ο μαθητής: την καταχώριση, την οργάνωση και ταξινόμηση, την ποικιλόμορφη αναπαράσταση, τη δυνατότητα ανάλυσης και τις ποικίλες δυνατότητες ως προς τον τρόπο παρουσίασης των πληροφοριών (Hancock, 1995).

Πειραματισμός με μοντέλα

Οι προσομοιωτές είναι τα εργαλεία που μας επιτρέπουν να αποκτούμε εμπειρίες με εικονικούς ιδεατούς κόσμους. Αυτοί που είναι σχεδιασμένοι για την εκπαίδευση δίνουν μεγάλη σημασία στις αναπαραστάσεις των φαινομένων ή των καταστάσεων που προσομοιώνουν, καθώς και στην πιστότητα αντιστοίχισης με το φυσικό φαινόμενο ή την πραγματική κατάσταση. Μερικές έχουν στόχο την αφαιρετική αναπαράσταση (όπως π.χ. το Interactive Physics), μερικές την εικονικά πλησιέστερη με τα αντικείμενα ή τα φαινόμενα (π.χ. τα παιχνίδια κοινωνικής στρατηγικής όπως το 'civilisation'). Με τα εργαλεία αυτά μπορούμε να καλλιεργήσουμε τη δραστηριότητα του πειραματισμού και άρα της επιστημονικής δράσης. Μπορούν οι μαθητές να αποκτήσουν εμπειρία φαινομένων που είναι επικίνδυνα (όπως π.χ. στη χημεία), έχουν μεγάλο κόστος (χειρισμός πολύτιμων μετάλλων, διοίκηση επιχειρήσεων), ή είναι ανέφικτα (βολή από τη γη στο διάστημα). Επίσης έχουν λειτουργικότητες μέτρησης των φαινομένων παράλληλα με την εξέλιξή τους, μεταβλητού χρονισμού (επιτάχυνση, επιβράδυνση, προσωρινή ή μόνιμη διακοπή) και άλλες παρόμοιες ιδιότητες που δεν είναι εφικτές στο φυσικό πείραμα. Παράδειγμα σημαντικού τέτοιου εργαλείου που αναπτύσσεται στη χώρα μας είναι και ο 'Δημιουργός Μοντέλων' (Dimitrakopoulou & Komis, 2005).

Επικοινωνία

Η επικοινωνία αποτελεί άλλη μια λειτουργικότητα της ψηφιακής τεχνολογίας με ευρύτατη διάδοση και χρήση, όπως συμβαίνει και με τις βάσεις δεδομένων. Ένα είδος πρόσθετης αξίας για την εκπαίδευση είναι η δυνατότητα δημιουργίας διαφορετικών συλλογικοτήτων, δηλαδή κοινοτήτων επικοινωνίας και μάθησης. Ένα δεύτερο είναι οι νέες δυνατότητες καλλιέργειας της συνεργατικής μάθησης. Όσον αφορά το πρώτο είδος, οι διαφορετικού τύπου επικοινωνίες, που μπορούν να αξιοποιηθούν διδακτικά με πάρα πολλούς τρόπους, ταξινομούνται ως εξής:

- η διαπροσωπική επικοινωνία μεταξύ δύο προσώπων,
- η επικοινωνία μεταξύ ενός μικρού αριθμού συγκεκριμένων επώνυμων προσώπων,
- η λίστα επικοινωνίας όπου τα πρόσωπα είναι επώνυμα, έχει όμως σημασία και η ιδιότητά τους, που συνδέεται με τη δημιουργία της λίστας (π.χ. ειδικές ομάδες συνεργασίας γύρω από συγκεκριμένο θέμα),
- η λίστα, όπου η ιδιότητα των προσώπων που συμμετέχουν είναι αυτή που προτάσσεται (συνήθως μεγαλύτερες σε πληθυσμό λίστες, όπως π.χ. αυτή των εκπαιδευτικών νοτίου Αιγαίου),
- οι πίνακες ανακοινώσεων όπου η επικοινωνία γίνεται εσωτερικά μεν σε μία κοινότητα αλλά με τη μορφή ανακοινώσεων που είναι ορατές συνεχώς (σαν μια μορφή δημοσίευσης σε περιορισμένο κοινό)
- η διαβαθμισμένη δημοσίευση (όπως π.χ. στα blogs, τις προσωπικές άτυπες ‘πύλες’)
- η ανοικτή δημοσίευση (όπως π.χ. η προσωπική ιστοσελίδα).

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

Εκτός από τους τρόπους επικοινωνίας υπάρχουν και τα εργαλεία συνεργατικής μάθησης όπου η κοινότητα προσδιορίζεται από ένα κοινό θέμα προς συζήτηση και οι διαθέσιμες λειτουργικότητες εμπεριέχουν το χαρακτηρισμό του είδους του σχολίου – συνεισφοράς στο διάλογο με τη μορφή μετα-δεδομένων (Dimitrakopoulou, 2005).

Έλεγχος μηχανών

Τέλος, σημαντική πρόσθετη παιδαγωγική αξία έχουν και οι τεχνολογίες ελέγχου, δηλαδή η δυνατότητα μέσα από ειδικά σχεδιασμένο λογισμικό να ελέγχει ο μαθητής κάποια μηχανή, ή κατάλληλο αντικείμενο. Οι τεχνολογίες αυτές έχουν ιδιαίτερη σημασία για τα δύο άκρα της βασικής παιδείας, την προσχολική και αυτή των πρώτων τάξεων του δημοτικού και από την άλλη πλευρά για τις τεχνικές σχολές, όπως ηλεκτρολόγων, τεχνητών κλπ. Στο πρώτο άκρο πολύ γνωστή είναι η τεχνολογία ελέγχου κατασκευαστικών κιτ όπως των τούβλων της Lego. Υπάρχουν ειδικά τουβλάκια που έχουν μοτέρ και αισθητήρες (φωτός, θερμοκρασίας, αφής). Ο μαθητής προγραμματίζει τα τουβλάκια αυτά ώστε να λειτουργούν υπό ορισμένες συνθήκες με συγκεκριμένο τρόπο. Στη συνέχεια τα τοποθετεί σε δικές του κατασκευές από ανενεργά τούβλα (π.χ. σε ένα αυτοκίνητο, σε έναν ανεμόμυλο) και παρατηρεί το πώς λειτουργούν. Μπορεί φυσικά να επαναπρογραμματίσει όσες φορές θέλει το τουβλάκι και επομένως να κάνει πειράματα με τη συμπεριφορά της κατασκευής του. Από την άλλη πλευρά, οι μαθητές τεχνικών σχολών μπορούν να ελέγξουν κυκλώματα, τρανζίστορ ή οποιαδήποτε τέτοια κατασκευή μέσα από ειδικό λογισμικό και άρα να έχουν στη διάθεσή τους μετρήσεις και την αναπαραστασιακή ευκρίνεια που τους επιτρέπει να κατανοήσουν καλύτερα τη λειτουργία της ίδιας της κατασκευής. Και στις δύο περιπτώσεις η πρόσθετη αξία προκύπτει κυρίως από το ότι οι μαθητές μπορούν να συσχετίσουν τον εικονικό και συμβολικό κόσμο με φυσικά αντικείμενα (Resnick et al, 2000).

Οι επτά αυτές δραστηριότητες επομένως μπορούν να προσδώσουν πρόσθετη παιδαγωγική αξία στις μαθητικές δραστηριότητες. Δεν υπονοείται σε καμία

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

περίπτωση βέβαια ότι πρέπει να εγκαταλειφθούν προ-τεχνολογικά εργαλεία και να χρησιμοποιηθούν αποκλειστικά αυτά. Πάντα θα έχει κάποια χρησιμότητα το σκίτσο σε χαρτί και μολύβι, το πείραμα με φυσικά αντικείμενα, η ζωγραφική με τέμπρες και κραγιόνια. Η τεχνολογία αυτή δίνει εναλλακτικούς τρόπους έκφρασης και μόνο η ιστορία θα δείξει ποια εργαλεία θα χρησιμοποιήσει τελικά ο άνθρωπος και ποια θα εγκαταλείψει. Όμως οι επτά αυτές δραστηριότητες μπορούν να προσδώσουν μια πρόσθετη αξία και επομένως μπορούν να στοιχειοθετήσουν απάντηση στο ερώτημα αν αξίζει τελικά το εγχείρημα ένταξης της τεχνολογίας αυτής στο σχολείο.

Η διάκριση μεταξύ των δραστηριοτήτων αυτών δεν έγινε με βάση τα διάφορα γνωστικά αντικείμενα, ούτε βέβαια με βάση τα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος στα σχολεία. Έτσι κι αλλιώς η γνώση είναι διαθεματική και ο κατακερματισμός της για τις ανάγκες του σχολείου δημιουργεί πολλά προβλήματα κατανόησης στους μαθητές. Όταν όμως βλέπουμε τις δραστηριότητες αυτές από μια θεματική σκοπιά, όπως αυτή των μαθηματικών, άλλες φαίνονται πιο κοντά στους σκοπούς της διδακτικής τους και άλλες όχι τόσο. Ιδωμένες με ένα διαθεματικό μάτι, όλες οι δραστηριότητες -με λιγότερο ίσως αυτή της ελεύθερης έκφρασης- μπορούν να υποστηρίξουν τη μαθηματική σκέψη. Η έκφραση λογικο-μαθηματικών εννοιών είναι προφανής. Όμως και η γραπτή έκφραση μαθηματικών συλλογισμών ή αιτιολογήσεων είναι ιδιαίτερα σημαντική και δύσκολη (φανταστείτε μια τάξη όπου οι μαθητές προσπαθούν από κοινού να συνθέσουν μια σωστή διατύπωση της λύσης ενός προβλήματος). Τα πειράματα με κατάλληλους προσομοιωτές μπορούν να θέσουν το μαθητή σε διαδικασίες υποθετικο-παραγωγικού συλλογισμού και να του επιτρέψουν να αποστασιοποιηθεί σταδιακά από τη φυσική υπόσταση των αντικειμένων που χειρίζεται και να εστιάσει στη μαθηματική τους υπόσταση, δηλαδή στις έννοιες, τις σχέσεις και τις ιδιότητες που τα διέπουν. Η επικοινωνία και η συνεργασία γύρω από μαθηματικές έννοιες ή την επίλυση προβλημάτων μπορεί να ενισχυθεί με τις αντίστοιχες τεχνολογίες. Η διαχείριση δεδομένων είναι μαθηματική δραστηριότητα αυτή καθαυτή. Ο έλεγχος μηχανών μπορεί να αφορά άμεσα μαθηματικά πειράματα, όταν η λειτουργία της μηχανής ενέχει

μαθηματικές έννοιες ή όταν συμβαίνει το ίδιο με τη διαδικασία του προγραμματισμού της.

Μαθησιακές δραστηριότητες με διερευνητικό λογισμικό για τα μαθηματικά

Η ενότητα αυτή είναι οργανωμένη δε δύο μέρη. Στο πρώτο, οι μαθησιακές δραστηριότητες με το διερευνητικό λογισμικό περιγράφονται με βάση βασικές περιοχές των μαθηματικών όπως η γεωμετρία, η άλγεβρα, η στατιστική και οι πιθανότητες. Όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο, σημαντικό μέρος των δυσκολιών κατανόησης των μαθηματικών μπορεί να εξηγηθεί ενιαία και ανεξάρτητα από την μαθηματική περιοχή. Σημαντικό όμως μέρος των δυσκολιών αυτών οφείλεται επίσης στην ιδιοτυπία των εννοιών στις τέσσερις μαθηματικές περιοχές και των αναπαραστάσεών τους, καθώς και στον τρόπο που εμφανίζονται και διδάσκονται στα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών στα σχολεία. Επίσης, η πρόσθετη παιδαγωγική αξία από τη χρήση των ψηφιακών εργαλείων έχει διαφορετικό χαρακτήρα για την κάθε μια από τις περιοχές αυτές που εν μέρει προέρχεται και από την αξιοποίηση διαφορετικών λειτουργικοτήτων και χαρακτηριστικών της τεχνολογίας.

Αυτό ακριβώς δίνει και τη σκοπιμότητα οργάνωσης των μαθησιακών δραστηριοτήτων με τον δεύτερο τρόπο που ακολουθεί και ο οποίος γίνεται με βάση κατηγορίες μαθησιακών δραστηριοτήτων με διάφορες λειτουργικότητες ψηφιακών εργαλείων. Η ταξινόμηση αυτή μας δίνει τις κατηγορίες της συμβολικής έκφρασης μέσω του προγραμματισμού, του δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων, του χειρισμού αλγεβρικών ψηφιακών συστημάτων και της διαχείρισης δεδομένων. Παράλληλα, αντανακλά σε κατηγορίες ψηφιακών εργαλείων που αναπτύχθηκαν στην πράξη και με τη χρήση των οποίων έχουμε ερευνητικά δεδομένα για το είδος των μαθησιακών δραστηριοτήτων που αναπτύσσουν οι μαθητές με αυτά (Kaput et al, 2002). Για λόγους ευκρίνειας, για την κάθε μια από τις κατηγορίες αυτές, περιγράφεται ένα παράδειγμα μαθηματικού προβλήματος σχεδιασμένου ώστε οι μαθητές να αξιοποιήσουν τις ιδιότητες της τεχνολογίας για να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες που το διέπουν.

Ξεκινάμε λοιπόν με τον πρώτο τρόπο ταξινόμησης, με βάση τη μαθηματική περιοχή.

Γεωμετρία. Η γεωμετρία ως πεδίο των μαθηματικών στην εκπαίδευση διέπεται από σημαντικές δυνατότητες αλλά και προβλήματα. Βασικό πρόβλημα είναι η δι-διάσταση φύση του αντικειμένου. Από τη μία μπορεί να θεωρηθεί ως η επιστήμη που ναι μεν ξεκίνησε από την προσπάθεια μελέτης του χώρου, όμως εξελίχθηκε σε ένα πεδίο διερεύνησης και συζήτησης αξιωματικών θεμελίων αποστασιοποιημένων από οποιαδήποτε εμπειρική θεώρηση του χώρου. Από την άλλη, μπορεί να θεωρηθεί ως μια εμπειρική επιστήμη που αναφέρεται σε έννοιες του χώρου που έχουν σχέση με την εμπειρία μας και που χρησιμεύουν σε μια πλειάδα από εφαρμογές όπως η αρχιτεκτονική, η ρυμοτομία, η πλοήγηση κλπ. (Straesser, 1996). Αυτή η δι-διάστατη υπόσταση της γεωμετρίας διέπει τις συζητήσεις μεταξύ των μαθηματικών από την αρχαιότητα και σε πολλές χώρες αντανάκλαται στο χώρο της εκπαίδευσης, των αναλυτικών προγραμμάτων και των παιδαγωγικών στοχοθεσιών γύρω από το αντικείμενο. Η εμπειρική-θεωρητική διττότητα έχει συνοδεύσει μια διεκυστίνδα μεταρρυθμίσεων και αλλαγών στα αναλυτικά προγράμματα και στις απόψεις των εκπαιδευτικών για το πώς μπορεί να αξιοποιηθεί το πεδίο καλύτερα για την υποστήριξη της δημιουργίας μαθηματικών νοημάτων στους μαθητές (Laborde, 1988).

Σημαντικό ρόλο στις εκάστοτε επιχειρηματολογίες έπαιξε η θέση των διαγραμμάτων και των σχημάτων στη διδακτική της γεωμετρίας. Από τη μια διατυπώθηκε η άποψη ότι η χρήση τους προκαλεί σύγχυση στους μαθητές μιας και το αντικείμενο αφορά παραγωγικούς συλλογισμούς. Για παράδειγμα, η σημασία του σημείου ή της ευθείας είναι ακριβώς ότι δεν έχει έννοια η διάστασή τους – επομένως όταν τα αναπαριστούμε με ένα μικρό κύκλο και μια γραμμή αντίστοιχα τα σχήματα αυτά δεν ενδιαφέρουν ως προς τη φυσική τους υπόσταση, δηλαδή η διάμετρος του κύκλου ή το πάχος της γραμμής μιας και δεν αναπαριστούν πραγματικά αντικείμενα αλλά ιδεατά, θεωρητικά. Η κάθε τέτοια αναπαράσταση επίσης σημαίνει μια κλάση αντικειμένων με συγκεκριμένες ιδιότητες. Η ίδια η αναπαράσταση σηματοδοτεί ένα στιγμιότυπο

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

της κλάσης αυτής. Στην παραγωγική γεωμετρία όμως δεν έχει σημασία η έννοια του στιγμιότυπου ή οποιουδήποτε συγκεκριμένου αντικειμένου. Επομένως και μεν χρησιμοποιούμε τις γραφικές αναπαραστάσεις αλλά σε τελείως βοηθητικό ρόλο, τα αντικείμενα που διαχειριζόμαστε είναι γενικευμένα, δηλαδή οι ιδιότητες και οι σχέσεις κλάσεων αντικειμένων. Αυτό είναι έτσι κι αλλιώς πολύ δύσκολο να το καταλάβουν οι μαθητές, δηλαδή τους συλλογισμούς πάνω σε γενικευμένα αντικείμενα. Όταν χρησιμοποιείται επιπλέον μια αναπαράσταση η οποία παραπέμπει λόγω της εικονικής της μορφής σε συγκεκριμένα, τότε δεν είναι αυτό συνταγή για βαθύτερη παρανόηση;

Η αντίθετη άποψη διατυπώθηκε πρώτα και με μεγάλη ευκρίνεια από έναν σημαντικότερο Ολλανδό διδακτικό, τον Ferudenthal, 1973. Υποστηρίχθηκε ότι η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και άρα και των γεωμετρικών περνάει από την εμπλοκή των μαθητών με την ίδια τη διαδικασία της γενίκευσης. Θα πρέπει ο μαθητής ο ίδιος να χρησιμοποιήσει αλληπάλλληλα συγκεκριμένα αντικείμενα μέχρι να βιώσει την ανάγκη να σκεφτεί πιο γενικά και να νιώσει την εκφραστική ισχύ του να περιγράψει μια κλάση αντικειμένων και να διαχειριστεί τις ιδιότητες και τις σχέσεις των κλάσεων αυτών. Η γεωμετρία δίνει ακριβώς αυτή τη δυνατότητα καλύτερα από οποιοδήποτε άλλο πεδίο των μαθηματικών. Εφοδιάζει το μαθητή με μια αναπαράσταση που στην αρχή μπορεί να την χρησιμοποιήσει για να χειριστεί πραγματικά αντικείμενα και μετά σταδιακά να εμπλακεί στην εμπειρία της γενίκευσης και επομένως της αποστασιοποίησης από το συγκεκριμένο. Η διαμάχη αυτή έφερε τη δεκαετία του 80 μια έντονη επιστημολογική ανάλυση της διδακτικής της γεωμετρίας. Ο Duval (1988) για παράδειγμα, διέκρινε τρία είδη διαδικασιών μάθησης της γεωμετρίας, την ενορατική, τη δόμηση με εργαλεία και τη λογική διεργασία. Αυτά τα τρία είδη συνοδεύονται από αντίστοιχους ρόλους για τα σχήματα. Η άμεση ενορατική προσέγγιση μπορεί να αποτελεί εμπόδιο για την ερμηνεία του σχήματος με γεωμετρικό τρόπο. Η λειτουργική προσέγγιση χρησιμεύει για την αναγνώριση τοπικών μόνο πτυχών της επίλυσης ενός προβλήματος. Κατά την διαλογική προσέγγιση το σχήμα χρησιμοποιείται ως αφορμή για μαθηματικό διάλογο αποστασιοποιημένο από το συγκεκριμένο σχήμα. Ο Duval υποστήριξε

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

οτι η συνδυασμένη εμπειρία και με τις τρεις είναι απαραίτητη για την κατανόηση της γεωμετρίας.

Οι γεωμετρικές έννοιες επομένως μπορούν να χαρακτηριστούν σαν να έχουν διττή υπόσταση, την σχηματική και την νοητική. Αυτές δεν μπορούν να διαχωριστούν, είναι σαν τις δύο όψεις του ίδιου νομίσματος (Fischbein, 1993). Η διασύνδεση των δύο για την κατανόηση της γεωμετρίας δεν είναι εύκολη για τους μαθητές που χρειάζεται να εμπλακούν σε μια μακρά διαδικασία δημιουργίας τέτοιων διασυνδέσεων.

Διάκριση μεταξύ χωρικών σχηματικών σχέσεων και θεωρητικών γεωμετρικών σχέσεων είναι σημαντική για τη διδακτική της γεωμετρίας. Θα πρέπει οι μαθητές να εξασκηθούν στην παλλινδρόμηση μεταξύ θεωρητικών αντικειμένων και των χωρικών τους αναπαραστάσεων, στην αναγνώριση και διάκριση γεωμετρικών σχέσεων σε ένα σχήμα και στην ικανότητα να φανταστούν όλα τα δυνατά σχήματα που μπορεί να συνδέονται με ένα γεωμετρικό αντικείμενο (Laborde κ.α. 2006).

Ο ρόλος της ψηφιακής τεχνολογίας στην κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών βρίσκεται ακριβώς εκεί. Η δυνατότητα του συγκερασμού της συμβολικής αναπαράστασης γεωμετρικών εννοιών με την σχηματική και του δυναμικού χειρισμού γραφικών αντικειμένων επιτρέπει στο μαθητή να εμπλακεί σε μαθηματική δραστηριότητα όπου ένας από τους αναπαραστασιακούς κώδικες είναι οι δυναμικά χειριζόμενες σχηματικές αναπαραστάσεις. Όπως και στην γενικότερη προβληματική της αξιοποίησης της τεχνολογίας για πρόσθετη αξία στη διδακτική των μαθηματικών, ο μαθητής μπαίνει στο ρόλο του μαθηματικού, δηλαδή του επιστήμονα που κάνει εικασίες, υποθέσεις, πειράματα, διατυπώνει δικά του θεωρήματα, τα αναθεωρεί μετά από τη διάψευσή τους. Με την τεχνολογία αυτό γίνεται εν είδη 'μαστορέματος' μιας εικονικής κατασκευής με εργαλεία μαθηματικές αναπαραστάσεις που για το μηχάνημα παίζουν το ρόλο της εντολής.

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

Τα εργαλεία που σχεδιάστηκαν για τη διδακτική της γεωμετρίας εμπίπτουν σε δύο είδη. Τα προγραμματιστικά εργαλεία με άξονα τη ‘Γεωμετρία της χελώνας’ και τα εργαλεία δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων που εμφανίστηκαν λίγο αργότερα με την έλευση των γραφικών διακειμένων και του δυναμικού χειρισμού που πρωτοεμφανίστηκε στα εργαλεία υπολογιστικά υποβοηθούμενου σχεδιασμού (Computer Aided Design) και ακολούθησε για τη διδακτική της γεωμετρίας με άξονα το Cabri Geometre και το Geometry Sketchpad. Στο πρώτο είδος εργαλείων δόθηκε έμφαση στην συνύπαρξη τριών αναπαραστάσεων για τη γεωμετρία, τη συμβολική που ήταν και η γλώσσα προγραμματισμού της Logo, η σχηματική που ήταν το γραφικό αποτέλεσμα των εντολών και η σωματική (body syntonic) μεταφορά όπου ο μαθητής σκέφτεται για τις έννοιες με βάση τη θέση και την κίνηση του σώματός του προσομοιώνοντας της υπολογιστική οντότητα της χελώνας. Το ιστορικό περιεχόμενο της εποχής εκείνης συνετέλεσε στο να δοθεί προτεραιότητα στις πρόσφατα διατυπωμένες θέσεις του προγραμματισμού ως πτυχή του γραμματισμού στην κοινωνία μας και να χρησιμοποιηθεί η Logo ως παράδειγμα γι αυτό. Δεν δόθηκε επομένως αρκετή σημασία στη διδακτική της γεωμετρίας αν και είχαμε αρκετές έρευνες πάνω στο θέμα αυτό (Kynigos, 1992, Clements & Battista, 1992). Όσο αφορά στο δεύτερο είδος, έφερε την επανάσταση της δυνατότητας δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών σχημάτων. Ο μαθητής κάνει γεωμετρικές κατασκευές χρησιμοποιώντας ένα σύνολο από βασικές γεωμετρικές επιλογές όπως σημείο, ευθύγραμο τμήμα, κύκλος. Αυτές εμφανίζονται σχηματικά στην οθόνη. Οποιοδήποτε σύρσιμο του ποντικιού πάνω σε κορυφή ή σε ίχνος γραμμής αλλοιώνει το σχήμα διατηρώντας τις ιδιότητες με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε. Όπως θα δούμε σε ενότητα που ακολουθεί, η έρευνα έχει δείξει ότι υπό προϋποθέσεις, η εμπειρία αυτή μπορεί να συνεισφέρει στην σταδιακή αποστασιοποίηση του μαθητή από το συγκεκριμένο σχήμα στις θεωρητικές έννοιες που το διέπουν.

Άλγεβρα. Η άλγεβρα δεν υπολείπεται της γεωμετρίας ως προς τις δυσκολίες κατανόησης των εννοιών της από τους μαθητές. Στα αναλυτικά προγράμματα εμφανίζεται ως προέκταση της αριθμητικής. Έννοιες όμως όπως αυτή του

γενικευμένου αριθμού, της μεταβλητής, του ρυθμού μεταβολής, των μαθηματικών συναρτησιακών σχέσεων εμπεριέχουν ένα επίπεδο αφαιρετικότητας δυσνόητο για τους μαθητές. Επιπλέον, η δομή των αλγεβρικών παραστάσεων και οι κανόνες μετασχηματισμών τους είναι δυσνόητες. Ο τυπικός μαθηματικός συμβολισμός ως μέσο αναπαράστασης των εννοιών αυτών, ενώ από πλευράς εκφραστικής ισχύος έχει καθιερωθεί στην ιστορία ως μια από τις βασικές αναπαραστασιακές υποδομές για την έκφραση εννοιών και την εκτέλεση υπολογισμών, για τους μαθητές εμφανίζεται ως αυθαίρετος και δημιουργεί παρανοήσεις (Dubinsky, 2000, Janvier, 1987). Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι παρανοήσεις που αφορούν στη χρήση των γραμμάτων του αλφαβήτου για την αναπαράσταση της έννοιας της μεταβλητής (Kucheman, 1981). Το επίπεδο αφαιρετικότητας των αλγεβρικών εννοιών αποτελεί μια γνωστική πρόκληση για τους μαθητές, η οποία διογκώνεται από την ανάγκη χρήσης ενός νέου γι' αυτούς αναπαραστασιακού κώδικα σε σχέση με αυτόν της αριθμητικής και από την δυσκολία συνειδητοποίησης της χρησιμότητας των εννοιών αυτών (Gagatsis & Shiakalli, 2004). Παρ'ότι αναπτύχθηκε σημαντικό ρεύμα υπέρ της διδασκαλίας της άλγεβρας μέσω επίλυσης λεκτικών προβλημάτων που αφορούν ρεαλιστικές ανθρώπινες καταστάσεις, οι μαθητές βρίσκουν δυσκολία στο να συνδέσουν τις αλγεβρικές έννοιες με τις καταστάσεις αυτές και έτσι περιορίζονται στο να παπαγαλίζουν τις λύσεις ή στο να δημιουργούν άτυπους μη μαθηματικούς κανόνες που στοχεύουν στη διαδικασία της επίλυσης χωρίς να κατανοούν τις έννοιες. Ένα από τα προβλήματα ήταν ακριβώς ότι τα προ-τεχνολογικά στατικά και αδρανή μέσα αναπαράστασης και αποτύπωσης των εννοιών δεν τους βοηθούσαν στο να κάνουν μαθηματικά με τον τρόπο που αναπτύξαμε νωρίτερα στο κεφάλαιο αυτό.

Τα ψηφιακά εργαλεία για την εκμάθηση μαθηματικών εννοιών μπορούν επομένως να μετασχηματίσουν το τρόπο με τον οποίο οι έννοιες αυτές τίθενται σε χρήση από τους μαθητές (Ferrara et. al. 2006.). Μπορούν επίσης να μετασχηματίσουν τη διδακτική διαδικασία (βλ. Lagrange et al, 2001). Η διάδραση, δηλαδή η άμεση ανταπόκριση της μηχανής, και ο δυναμικός

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

χαρακτήρας της τεχνολογίας είναι δύο βασικές ιδιότητες που αλλάζουν θεμελιακά αυτά που η διδακτική μπορεί να προσφέρει στην υποστήριξη της μαθησιακής διαδικασίας. Με τα εργαλεία αυτά, οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν τον τυπικό μαθηματικό κώδικα για να κάνουν μαθηματικά με τον διερευνητικό τρόπο που αναλύσαμε πιο πάνω. Έτσι ο κώδικας μπορεί να ζωντανέψει ως γλώσσα αναπαράστασης των εννοιών αυτών και επιπλέον να διασυνδεθεί δυναμικά με άλλες αναπαραστάσεις, όπως τις γραφικές αναπαραστάσεις ή τους πίνακες τιμών. Μπορεί επίσης να γίνει το μέσο με το οποίο οι μαθητές ελέγχουν προσομοιώσεις φαινομένων που διέπονται από μαθηματικές σχέσεις.

Στατιστική. Με την ψηφιακή τεχνολογία μπορούμε να διαχειριστούμε μεγάλες ποσότητες δεδομένων και να κάνουμε ποικίλων ειδών καταχωρήσεις, ταξινομήσεις και παρουσιάσεις τους. Μπορούμε επίσης να κάνουμε ποσοτικές αναλύσεις των δεδομένων αυτών και άρα να τις επεξεργαστούμε στατιστικά. Η στατιστική και οι πιθανότητες είναι αντικείμενα πολύ υποβαθμισμένα στο αναλυτικό πρόγραμμα της βασικής μας παιδείας. Όμως είναι ιδιαίτερα χρήσιμη επιστήμη και οι έννοιες που αξιοποιούνται για να γίνει κατανοητή ανήκουν στο πεδίο των μαθηματικών. Οι έννοιες αυτές είναι δυσνόητες για τους μαθητές και έχουν πολύ διαφορετική υφή από τα υπόλοιπα μαθηματικά, μιας και αποτελούν τρόπους με τους οποίους μπορούμε να χειριστούμε καταστάσεις αβεβαιότητας. Για παράδειγμα, η απόδειξη σε μια άσκηση στατιστικής ή πιθανοτήτων έχει την έννοια της αιτιολόγησης για το πόσο αβέβαιο είμαστε για κάτι, ή ένα στατιστικό τεστ μας δείχνει πόσες πιθανότητες υπάρχουν το αποτέλεσμα να είναι τυχαίο. Επιπλέον, στο πεδίο αυτό των μαθηματικών, χειριζόμαστε μεγάλο αριθμό δεδομένων, πράγμα που για τους μαθητές είναι αφηρημένο εφ' όσον δεν μπορούν να τα μετρήσουν, δεν μπορούν δηλαδή να περιέλθουν στη σφαίρα της εμπειρίας τους. Ωστόσο για να αναπαραστήσουμε τα δεδομένα αυτά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε πολλούς τρόπους: για παράδειγμα, πίνακες, διάφορες μορφές γραφικής αναπαράστασης όπως γραφική παράσταση, ραβδόγραμμα, διάγραμμα πίτας ή διαγράμματα Venn.

Πιθανότητες. Η ψηφιακή τεχνολογία μας δίνει τις δυνατότητες να αναπαραστήσουμε μοντέλα πιθανοτήτων τα οποία παράγουν μεγάλο αριθμό προσομοιωμένων ‘πειραμάτων’, όπως το ρίξιμο του ζαριού, του νομίσματος ή της σβούρας, και να μας δώσουν σε συνοπτική μαθηματική μορφή τα αποτελέσματα. Υπάρχει βέβαια ένας επιστημολογικός διάλογος όπου η μια πλευρά αμφισβητεί τη γνησιότητα των ‘πειραμάτων’, καθώς από πλευράς υπολογιστικής τεχνολογίας δεν μπορεί να είναι τελείως τυχαία τα πειράματα λόγω της φύσης της ίδιας της τεχνολογίας. Όμως με τη χρήση ειδικά σχεδιασμένων εφαρμογών και εργαλείων, όπως είναι η γλώσσα παράλληλου προγραμματισμού NetLogo και το εργαλείο με την επωνυμία ‘chance-maker’ (Pratt & Noss, 2002), μπορούν οι μαθητές να μπουν στη θέση του δημιουργού τέτοιων προσομοιώσεων και, επομένως, να εμπλακούν με τις έννοιες των πιθανοτήτων που χρειάζονται για να κατασκευάσουν τις ίδιες τις προσομοιώσεις.

Για κάθε μια από τις τέσσερις αυτές περιοχές των μαθηματικών υπάρχει ιδιότυπο και οξύ πρόβλημα κατανόησης βασικών εννοιών από τους μαθητές. Πώς ακριβώς μπορεί να αξιοποιηθεί η τεχνολογία ώστε να παίξει το ρόλο του εργαλείου έκφρασης μαθηματικών σκέψεων και κατασκευών; Ποιές λειτουργικότητες και τι είδους διακείμενα μπορούν να δώσουν την πρόσθετη αυτή αξία; Στην ενότητα που ακολουθεί η μαθησιακές δραστηριότητες κατανέμονται με αυτήν την οπτική, δηλαδή αντιστοιχούν σε λειτουργικότητες και διακείμενα ψηφιακής τεχνολογίας που αναπτύσσονται εδώ και είκοσι περίπου χρόνια, εκτός βέβαια από την πρώτη που είναι κατά μια δεκαετία περίπου ωριμότερη.

Συμβολική έκφραση και προγραμματισμός - Μικρόκοσμοι

Ο προγραμματισμός ως μαθησιακή δραστηριότητα γενικά συζητήθηκε στα πλαίσια της ταξινόμησης των διερευνητικών μαθησιακών δραστηριοτήτων. Ο ισχυρισμός ότι χρησιμοποιώντας την κατάλληλη γλώσσα προγραμματισμού η **δραστηριότητα του προγραμματισμού μπορεί να είναι άρρηκτα**

συνδεδεμένη με τη μαθηματική δραστηριότητα διατυπώθηκε από τον Papert στο βιβλίο του 'Νοητικές Θύελλες'. Η διαδεδομένη αντίληψη ως προς τη φύση της δραστηριότητας του προγραμματισμού είναι ότι αυτή περιορίζεται στο χώρο της πληροφορικής και είτε έχει την ευρεία προσέγγιση, δηλαδή ότι αφορά σε όλα τα στάδια, από τη συλληψη και τη σχεδίαση του προγράμματος μέχρι τη λύση των λογικών προβλημάτων για τον προσδιορισμό του, είτε ότι αφορά μόνο τη διαδικασία 'περάσματος' του λογικού διαγράμματος στον κώδικα της γλώσσας. Η αντίληψη ότι ο προγραμματισμός μπορεί να αποτελέσει δραστηριότητα έκφρασης για τον καθένα ευρύτερα στην κοινωνία μας συζητήθηκε ωρύτερα και έχει αναπτυχθεί από τον diSessa (2000). Στο πλαίσιο αυτό, όταν η γλώσσα προγραμματισμού προσεγγίζει τον τυπικό μαθηματικό formalισμό και όταν αυτά που μπορεί να κάνει κανείς με τη γλώσσα έχουν σχέση με τα μαθηματικά, η δραστηριότητα του προγραμματισμού μπορεί να είναι από τη φύση της μαθηματική δραστηριότητα. Ο Papert για να βάλει σε εφαρμογή τις ιδέες του αυτές σχεδίασε και κατασκεύασε μαζί με τον W. Feurzig τη γλώσσα Logo, η οποία αποτελεί και την πιο εξειδικευμένα σχεδιασμένη εφαρμογή για τη μάθηση των μαθηματικών (Feurzig & Papert, 1971). Η Logo απέκτησε τη δεκαετία του 80 γρήγορα μεγάλη φήμη ως γλώσσα για παιδιά. Η ίδια η γλώσσα όμως είναι μια πλήρης συναρτησιακή, δομημένη γλώσσα προγραμματισμού με δομές δεδομένων τις λίστες, δηλαδή είναι παράγωγο της LiSP η οποία την εποχή εκείνη ήταν η βασική γλώσσα για την ανάπτυξη προγραμμάτων που σχετίζονταν με την τεχνητή νοημοσύνη (Harvey, 1985, Sinclair and Moon, 1991).

Ο Papert άλλαξε ένα σημαντικό στοιχείο της LiSP, τις ατέρμονες παρενθέσεις, και έδωσε στη Logo τη δυνατότητα ορισμού και επεξεργασίας προγραμμάτων (διαδικασιών) με πολύ εύκολο και διαισθητικό τρόπο. Έδωσε επίσης μια σημειολογία για τον ορισμό μεταβλητής (άνω κάτω τελεία). Κυρίως όμως της έδωσε ένα συντακτικό με βασικό στόχο να προσεγγίζει τον τυπικό μαθηματικό formalισμό. Στη συνέχεια, ο Papert πρόσθεσε στη γλώσσα αυτή τη 'Γεωμετρία της Χελώνας', την οποία θεμελίωσαν από μαθηματική άποψη οι Abelson & diSessa, (1981). Τα βασικά της χαρακτηριστικά ήταν:

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

- η βασική μαθηματική οντότητα – η χελώνα – η οποία ορίζεται από τη θέση και την διεύθυνσή της, τις οποίες ο μαθητής μπορεί να αλλάζει δίνοντας εντολές
- η συνδυασμένη τυπική και γραφική αναπαράσταση: ο μαθητής πρέπει να δώσει εντολή με τον τυπικό κώδικα. Παράλληλα όμως βλέπει τα αποτελέσματα και σε μορφή γραφικής αναπαράστασης, δηλαδή βλέπει τη χελώνα να στρίβει για να αλλάξει διεύθυνση και να προχωρά αφήνοντας ένα γραμμικό ίχνος, όταν αλλάζει θέση
- οι βασικές εντολές που απευθύνονται στη χελώνα, δηλαδή αφ' ενός οι εντολές αλλαγής θέσης και διεύθυνσης και αφ' ετέρου οι εντολές με τις οποίες η χελώνα τοποθετείται σε θέση προσδιορισμένη από καρτεσιανές συντεταγμένες και διεύθυνση από πολικές συντεταγμένες αντίστοιχα.

Από τη στιγμή που οι βασικές αυτές εντολές είναι πρωτογενείς εντολές μιας γλώσσας προγραμματισμού, ο μαθητής μπορεί να ορίσει διαδικασίες που να έχουν ως περιεχόμενο σύνολα από μεταβολές της κατάστασης της χελώνας, ενώ τα ίχνη που αυτή αφήνει μπορούν να δημιουργήσουν αναπαραστάσεις γεωμετρικών σχημάτων. Οι διαδικασίες αυτές μπορεί να είναι παραμετρικές και οι μεταβλητές τιμές να συσχετιστούν με ιδιότητες γεωμετρικών σχημάτων και κατασκευών. Επίσης μπορεί να είναι περίπλοκες δομημένες διαδικασίες ή και αναδρομικές.

Η μαθηματική θεμελίωση της 'γεωμετρίας της χελώνας' έγινε το 1981 από τους Abelson και diSessa. Η κατάσταση της χελώνας προσδιορίζεται πλήρως και ακριβώς από την σχέση της με την αμέσως προηγούμενη κατάσταση. Ο ορισμός αυτός ταυτίζεται με τον ορισμό της διαφορικής γεωμετρίας, όπου η κλίση της εφαπτομένης μιας καμπύλης προσδιορίζεται από τη διαφορά της με την κλίση της αμέσως προηγούμενης για ένα απειροστό διάστημα. Με την

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

έννοια αυτή η γεωμετρία της χελώνας είναι διαφορεική γεωμετρία όσον αφορά στις εντολές αλλαγής της κατάστασής της. Επειδή όμως οι εντολές αυτές συνυπάρχουν με τις εντολές προσδιορισμού και θέσης καρτεσιανών και πολικών συντεταγμένων, η γεωμετρία της χελώνας αποτελεί ένα σύνθετο από μαθηματικής πλευράς περιβάλλον διαφορεικής αλλά και καρτεσιανής γεωμετρίας. Εάν προστεθεί και το ότι το ίχνος αλλαγής θέσης της χελώνας μπορεί να σχηματίζει γεωμετρικά σχήματα, τότε προστίθεται και η δυνατότητα εργασίας με την Ευκλείδεια γεωμετρία. Επιπλέον, από τη στιγμή που όλα αυτά ορίζονται με τυπικό μαθηματικό φορμαλισμό μέσα από μια γλώσσα προγραμματισμού, μπορεί κάλλιστα η δραστηριότητα του μαθητή να εμπεριέχει τη χρήση εννοιών από την αριθμητική, την άλγεβρα και την αναλυτική γεωμετρία (Sherin, 2002, Kynigos, 1992). Μπορεί, για παράδειγμα, να κατασκευάσει ο μαθητής ένα ορθογώνιο τρίγωνο χρησιμοποιώντας το πυθαγόρειο θεώρημα για να βρεί την ποσότητα μετακίνησης από την μια κορυφή στην άλλη και να εκφράσει τις σχέσεις ως συναρτήσεις της μιας πλευράς.

Ένα κεντρικό στοιχείο που αφορά στη μάθηση των μαθηματικών με τη Logo είναι η διερευνητική δραστηριότητα με ‘μικρόκοσμους’. Αρχικά ο Papert δανείστηκε τον όρο από το χώρο της τεχνητής νοημοσύνης, του έδωσε όμως ένα ιδιότυπο νόημα το οποίο εξελίχθηκε μέσα στην κοινότητα της διδακτικής των μαθηματικών. Περιέγραψε τον ‘μικρόκοσμο’ ως έναν αυτοτελή κόσμο, όπου οι μαθητές μπορούν να ‘μάθουν να μεταφέρουν συνήθειες διερεύνησης από την προσωπική τους εμπειρία στο τυπικό χώρο της επιστημονικής δημιουργίας’ (Papert, 1980, σ. 177). Ένας μικρόκοσμος είναι ένα λογισμικό μεν, αλλά επειδή επιδέχεται διερεύνησης, αναδημιουργίας και επέκτασης μπορεί να χαρακτηριστεί ευρύτερα ως ‘υπολογιστικό περιβάλλον’. Είναι λοιπόν ένα υπολογιστικό περιβάλλον, το οποίο ενσωματώνει ένα συνεκτικό σύνολο από μαθηματικές έννοιες και σχέσεις, σχεδιασμένο έτσι ώστε συνοδευόμενο από ένα σύνολο κατάλληλων ασκήσεων και διδακτικής καθοδήγησης οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν σε διερευνητική και δημιουργική δραστηριότητα παραγωγής μαθηματικών νοημάτων. Η ίδια η γεωμετρία της

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

χελώνας αρχικά χαρακτηρίστηκε από τον Papert ως μικρόκοσμος. Στα πλαίσια της επιστημονικής έρευνας όμως σχεδιάστηκαν και χρησιμοποιήθηκαν μικρόκοσμοι με πολύ πιο στενά σύνολα από έννοιες, οι οποίοι συνοδεύτηκαν από πιο εστιασμένες θεωρίες μάθησης και διδασκαλίας (Noss & Hoyles, 1996, Edwards, 1988, Clements & Sarama 1997, Sarama & Clements, 2002, Kordaki & Potari, 2002).

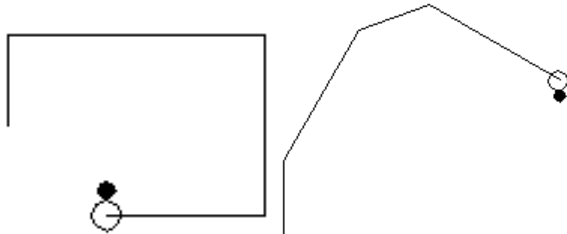
Παράδειγμα ενός τέτοιου μικρόκοσμου είναι ‘τα παραλληλόγραμμα’. Πρωτοσχεδιάστηκε από τους Άγγλους ερευνητές Hoyles & Noss (1987) και μετά από χρόνια, αναδιαμορφωμένος πια, χρησιμοποιήθηκε ευρέως στο μάθημα της διερεύνησης στα σχολεία που συνεργάστηκαν με το εργαστήριό μας. Ο μικρόκοσμος αυτός αποτελείται από δύο παραμετρικές διαδικασίες που δίνονται στους μαθητές ως εργαλεία για να ξεκινήσουν τη διερεύνησή τους.

<i>Για αμυστήριο :α :β :γ :δ</i>	<i>για βμυστήριο :α :β :γ :δ</i>
<i>μπροστά :α</i>	<i>μπροστά 100</i>
<i>δεξιά 90</i>	<i>δεξιά :α</i>
<i>μπροστά :β</i>	<i>μπροστά 50</i>
<i>δεξιά 90</i>	<i>δεξιά :β</i>
<i>μπροστά :γ</i>	<i>μπροστά 100</i>
<i>δεξιά 90</i>	<i>δεξιά :γ</i>
<i>μπροστά :δ</i>	<i>μπροστά 50</i>
<i>δεξιά 90</i>	<i>δεξιά :δ</i>
<i>τέλος</i>	<i>τέλος</i>

Κείμενο 1. Ο Μικρόκοσμος των παραλληλογράμμων

Και οι δύο διαδικασίες εμπεριέχουν εναλλάξ τέσσερις μετακινήσεις και στροφές, δηλαδή οκτώ εντολές. Η πρώτη έχει τέσσερις μεταβλητές παραμέτρους, μια για κάθε μετακίνηση, ενώ η δεύτερη μια για κάθε στροφή. Κάθε μια από τις διαδικασίες αυτές κατασκευάζει παραλληλόγραμμο μόνο όταν οι σχέσεις μεταξύ των τιμών που δίνονται στις παραμέτρους ανταποκρίνεται αντίστοιχα στις ιδιότητες των ίσων απέναντι πλευρών και παραπληρωματικών διαδοχικών εξωτερικών γωνιών ή στροφών της χελώνας. Με τις διαδικασίες αυτές δεν αποκαλύπτεται στους μαθητές ο τρόπος κατασκευής του παραλληλογράμμου. Η δουλειά τους είναι να κάνουν πειράματα μέχρι να είναι σε θέση να διατυπώσουν οι ίδιοι κανόνες για τις σχέσεις μεταξύ των τιμών των

παραμέτρων.



Εικόνα 1. Το πρόβλημα κατασκευής παραλληλογράμμων

Στη συνέχεια, όταν βρουν τους κανόνες αυτούς, συχνά μετά από εκτενή πειραματισμό και διάλογο στην τάξη, διορθώνουν τις διαδικασίες, ώστε να γίνεται αυτόματα η κατασκευή του παραλληλογράμμου, αφαιρώντας τις άχρηστες παραμέτρους και εκφράζοντας την μια παράμετρο σε συνάρτηση με τις άλλες. Στο τελευταίο στάδιο, οι μαθητές χρησιμοποιούν τη διαδικασία κατασκευής παραλληλογράμμων, που έχουν φτιάξει ως δομικό λίθο, για να κατασκευάσουν ένα σκαρίφημα ή σχήμα βασισμένο σε πολλά διαφορετικά παραλληλόγραμμα και έτσι να βιώσουν την ισχύ του γενικευμένου -χάρη στα μαθηματικά - εργαλείου.

Οι Hoyles & Noss χρησιμοποίησαν το μικρόκοσμο αυτό προσαρμοσμένο στα πλαίσια του αγγλικού εκπαιδευτικού συστήματος με στόχο να παράξουν επιστημονική θεωρία για τη διαδικασία με την οποία οι μαθητές εμπλέκονται σε μαθηματικές δραστηριότητες. Έτσι διατύπωσαν το μοντέλο U.D.G.S. δηλαδή ‘using – χρησιμοποιώντας, discriminating – διακρίνοντας, generalizing – γενικεύοντας, synthesizing – συνθέτωντας’ για να περιγράψουν αυτήν ακριβώς τη διαδικασία. Οι μαθητές δηλαδή πρώτα χρησιμοποιούν τις μαθηματικές έννοιες μαζί με μη μαθηματικές χωρίς να έχουν πλήρη συναίσθηση για την υπόσταση και τη σημασία τους. Στη συνέχεια αρχίζουν και διακρίνουν τα μαθηματικά που βρίσκονται πίσω από τις κατασκευές και τις δραστηριότητές τους με αυτές. Στην επόμενη φάση προχωρούν σε γενικεύσεις στις οποίες καταλήγουν μετά από παρατήρηση σταθερών σχέσεων ή ιδιοτήτων ανάμεσα στις εντολές που χρησιμοποιούν. Τέλος, συσχετίζουν τις γενικεύσεις αυτές με

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

τα τυπικά μαθηματικά που τις διέπουν. Με τον τρόπο αυτό τυποποιούν διαισθητικές αντιλήψεις και νοήματα.

Γενικότερα η έρευνα την εποχή εκείνη εστίαζε στον τρόπο με τον οποίο «κάνουν μαθηματικά» οι μαθητές υπονοώντας ότι το είδος των δραστηριοτήτων τους έχει κάτι το ιδιότυπο όταν εργάζονται με τέτοια εργαλεία. Μερικά στοιχεία της διαδικασίας αυτής είναι τα εξής:

- Οι μαθητές δυσκολεύονται να αποστασιοποιηθούν από το πραγματικό χειροπιαστό σχήμα στην οθόνη και να σκεφτούν τις ιδιότητες που το διέπουν (Hillel, Kieran & Gurtner, 1989).
- Οι μαθητές χρησιμοποιούν ένα εσωγενές νοητικό σχήμα στην αρχή (σκέφτονται σαν να είναι οι ίδιοι στη θέση της χελώνας) και σιγά σιγά συμπεριλαμβάνουν έννοιες του επιπέδου και έννοιες απόλυτου προσδιορισμού θέσης και διεύθυνσης (Κυνηγός, 1989).
- Οι μαθητές κάνουν γενικεύσεις που όμως είναι τοπικές και εξαρτημένες από στοιχεία της κατάστασης μέσα από την οποία προέκυψαν. Οι Hoyles & Noss ονόμασαν αυτές τις γενικεύσεις ‘εγκαθιδρυμένες αφαιρέσεις’ (‘situated abstractions’) (Noss & Hoyles, 1996).

Η έρευνα σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο μαθαίνουν οι μαθητές με τη χρήση της Logo επηρεάστηκε από τις εξελίξεις στη διδακτική των μαθηματικών και στην τεχνολογία εκείνη την εποχή. Η εστίαση στη μαθησιακή διαδικασία έγινε στο πλαίσιο του κινήματος επίλυσης προβλημάτων, το οποίο άνηθε στις ΗΠΑ. Εξίσου έντονη άλλωστε ήταν και η ενασχόληση με τον τρόπο χρησιμοποίησης της τεχνολογίας σε σχέση με την εκμάθηση των ίδιων των μαθηματικών.

Δυναμικός χειρισμός γεωμετρικών αντικειμένων

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

Η τεχνολογία δυναμικού χειρισμού γραφικών αντικειμένων εμφανίστηκε στην αρχή της δεκαετίας του '80. Όσον αφορά στη διδακτική των μαθηματικών, είχαμε το φαινόμενο να αναπτυχθούν παράλληλα, εντελώς ανεξάρτητα αλλά χρονικά ταυτόχρονα δύο εργαλεία δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών αντικειμένων, το *Cabri Geometre* από τους Laborde & Laborde στο ινστιτούτο IMAG της Grenoble και το *Geometry Sketchpad* από τον N. Jakiew στις ΗΠΑ.

Τα εργαλεία που έχουν σχεδιαστεί για τη διδακτική της γεωμετρίας ώστε να υποστηρίζουν το δυναμικό χειρισμό γραφικών αναπαραστάσεων γεωμετρικών αντικειμένων έχουν ονομαστεί 'Δυναμικά Γεωμετρικά Περιβάλλοντα' - ΔΓΠ. Χαρακτηρίζονται από τη βασική λειτουργικότητα της χρήσης πρωτογενών εντολών δημιουργίας των βασικών αντικειμένων του Ευκλείδη, το σημείο και την ευθεία και επίσης στη χρήση πρωτογενών εντολών για τις βασικές κατασκευές όπως π.χ. σημείου σε ευθεία, σημείου στο μέσο ευθυγράμμου τμήματος, μεσοκάθετο, παράλληλες, κύκλος με δεδομένο σημείο και ακτίνα. Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό τους είναι η δυνατότητα που έχει ο μαθητής να επιλέξει κάποιο σημείο της κατασκευής και να σύρει το ποντίκι προκαλώντας συνεχή μετατόπιση και αλλοίωση του σχήματος (Laborde & Laborde, 1995). Η αλλοίωση αυτή διατηρεί τις ιδιότητες κατασκευής, αλλά επιτρέπει τη μετακύλιση όλων των τμημάτων της κατασκευής μέσα στο πλαίσιο αυτό. Επομένως όταν ο μαθητής κατασκευάσει ένα τετράγωνο ως αλληλουχία ευθυγράμμων τμημάτων, που με το μάτι κρίνει ότι είναι ίσα και κάθετα ανά δύο, και στη συνέχεια σύρει μια κορυφή, το σχήμα παύει αμέσως να φαίνεται τετράγωνο μιας και ο μαθητής δεν έχει δώσει κάποια ιδιότητα. Εάν όμως κατασκευάσει με τις εντολές του εργαλείου τα τμήματα αυτά ως ίσα (π.χ. αναπαραγωγή του ίδιου) και κάθετα ανά δύο (δίνοντας τη σχετική κατασκευαστική ιδιότητα), τότε το σύρσιμο προκαλεί μεν αλλοίωση του σχήματος, αλλά αφήνει τις ιδιότητες του τετραγώνου ανέπαφες (μοιάζει σαν ένα τετράγωνο του οποίου αλλάζει το μέγεθος με συνεχή τρόπο).

Τα εργαλεία αυτά είναι σχεδιασμένα ώστε ο μαθητής να παλινδρομεί μεταξύ της σχηματικής μορφής των γεωμετρικών αντικειμένων και της αφηρημένης

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

μαθηματικής τους υπόστασης, δηλαδή των ιδιοτήτων και των σχέσεων που τα διέπουν (Goldenberg & Cuoco, 1998). Οι λειτουργικότητες των εργαλείων που ενισχύουν τη δραστηριότητα αυτή είναι οι εξής.

Η πορεία από τις χωρικές στις θεωρητικές δράσεις κατασκευής γεωμετρικών αντικειμένων. Οι μαθητές δυσκολεύονται αρχικά να συνειδητοποιήσουν ότι η κατασκευή με βάση ενορατικά κριτήρια (δηλαδή ‘με το μάτι’) δεν είναι γεωμετρική κατασκευή και ότι ‘χαλάει’ με το πρώτο σύρσιμο. Δυσκολεύονται να αντιληφθούν το ρόλο της γεωμετρικής ιδιότητας και να αποστασιοποιηθούν από αυτό που φαίνεται ως ‘χειροπιαστό αντικείμενο’ στην οθόνη.

Η έννοια της εξάρτησης και της συναρτησιακής σχέσης μεταξύ αντικειμένων. Όταν ορίζουν ιδιότητες μεταξύ γεωμετρικών αντικειμένων, οι μαθητές διακρίνουν σταδιακά ότι η κίνηση του ενός σχήματος εξαρτάται με μαθηματικό τρόπο από την κίνηση του άλλου με το οποίο είναι συνδεδεμένο. Η δε σύνδεση έχει το χαρακτήρα κάποιας συναρτησιακής σχέσης.

Η χρήση της λειτουργικότητας του συρσίματος σημείων ή τμημάτων ή καμπυλών. Η διαδικασία του συρσίματος, όταν καθοδηγείται διδακτικά με τον κατάλληλο τρόπο, μπορεί να αποτελέσει βασικό στοιχείο της μαθησιακής διαδικασίας για τη γεωμετρία στο πλαίσιο της μαθηματικής δράσης, που αναφέρθηκε στην αρχή του κεφαλαίου. Η έρευνα έχει δείξει ότι οι μαθητές σύρουν γεωμετρικά αντικείμενα με τρεις διαφορετικούς τρόπους, που ο καθένας τους αποτελεί ένα είδος εικασίας σχετικά με το είδος της αλληλεξάρτησης των αντικειμένων και οφείλεται στις γεωμετρικές ιδιότητες που τα διέπουν.

- Περιηγητικό σύρσιμο – πρόκειται για σύρσιμο για να δούμε πώς κινούνται τα αντικείμενα με βασικό στόχο την αναζήτηση εικασίας.
- Σύρσιμο με συγκεκριμένο στόχο – στην περίπτωση αυτή ο μαθητής έχει κάνει μια συγκεκριμένη εικασία και σέρνει το ποντίκι για να δει το

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

αποτέλεσμα.

- Σύρσιμο στο σχήμα άδηλου γεωμετρικού τόπου – ο μαθητής έχει κάνει μια εικασία σχετικά με την τροχιά κίνησης κάποιου σημείου ή άλλου αντικειμένου και σέρνει το ποντίκι πάνω στην ιδεατή αυτή τροχιά για να παρατηρήσει τη συμπεριφορά ολόκληρης της κατασκευής (Arzarello et. al. 2002).

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα προβλήματος με το οποίο μπορεί να αξιοποιηθεί ένα τέτοιο ψηφιακό εργαλείο και ιδιαίτερα οι τρεις τρόποι συρσίματος είναι το ακόλουθο.

Φτιάξτε ένα τετράπλευρο $AB\Delta\Gamma$ και φέρτε τις μεσοκεθέτους των πλευρών του ώστε να τέμνονται στα σημεία $IZH\Theta$. Να μελετήσετε πώς αλλάζει το $IZH\Theta$ καθώς αλλάζει το $AB\Gamma\Delta$.

Κείμενο 2. Το σύρσιμο του τετραπλεύρου με εργαλείο Δ.Γ.Π.

Πρώτα οι μαθητές πρέπει να κατασκευάσουν το σχήμα, δηλαδή ένα στιγμιότυπο της κλάσης με τις ιδιότητες της εκφώνησης. Θα πρέπει να το σύρουν ώστε να επαληθεύσουν ότι οι ιδιότητες έχουν δοθεί σωστά. Στη συνέχεια με όλους τους τρόπους συρσίματος μπορούν να διατυπώσουν δικά τους ‘θεωρήματα’ για επιμέρους λύσεις ή για ολοκληρωμένη λύση.

Η διάσταση μεταξύ προσωρινών και μόνιμων κατασκευών. Όλοι αυτοί οι τρόποι συρσίματος διέπονται από τη διαδικασία διάκρισης μεταξύ προσωρινών κατασκευών, οι οποίες ‘χαλάνε’ με το σύρσιμο του ποντικού, και των μόνιμων, που διατηρούνται λόγω των ιδιοτήτων κατασκευής τους.

Η διαδικασία της απόδειξης και της αιτιολόγησης. Τα Δ.Γ.Π. εκτός από την εμπειρική εμπλοκή στη εκμάθηση της γεωμετρίας, που προσφέρουν στους μαθητές, και τη σταδιακή αποστασιοποίηση από τη χειροπιαστή φύση των γραφικών αντικειμένων της οθόνης προς μια πιο θεωρητική αντιμετώπιση κατασκευών και των αλλοιώσεών τους μέσα από το σύρσιμο, τα Δ.Γ.Π. έχουν

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

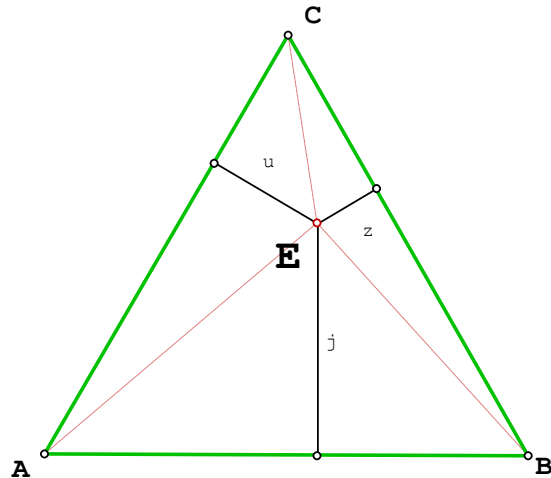
επίσης χρησιμοποιηθεί και για την εκμάθηση της μαθηματικής απόδειξης και του παραγωγικού συλλογισμού (Mariotti, 2000).

Για το θέμα αυτό έχει αναπτυχθεί ένας διάλογος στην επιστημονική κοινότητα. Διατυπώνονται απόψεις σύμφωνα με τις οποίες η ‘εγκυρότητα’ των αποκρίσεων του μηχανήματος όχι μόνο απομακρύνει τους μαθητές από την εμπλοκή τους με την παραγωγική σκέψη και την απόδειξη, αλλά τους δίνει και βάσιμα επιχειρήματα για την αναγκαιότητα / ότι η απόδειξη δεν είναι αναγκαία. Όταν, για παράδειγμα, μπορεί ο μαθητής να ενεργοποιήσει τους μετρητές αποστάσεων ή γωνιών και με το σύρσιμο να παρατηρήσει ότι μένουν αναλλοίωτες, τότε γιατί να χρειαστεί να αποδείξει κάτι; Το ότι είναι ορατό πως οι αποστάσεις ή οι γωνίες μένουν αναλλοίωτες, δεν αποτελεί την απόδειξη που ζητάμε; Στην περίπτωση αυτή τα Δ.Γ.Π. μπορεί να έχουν επίδραση επιζήμια για τη διδακτική της μαθηματικής σκέψης. Τώρα που υπάρχει τέτοια τεχνολογία, μπορεί να ισχυριστεί ο μαθητής, επιτέλους δεν χρειαζόμαστε να εμπλακούμε στη δυσνόητη, δύσκολη και επίπονη διαδικασία της παραγωγικής σκέψης και της μαθηματικής απόδειξης. Ο Υπολογιστής δίνει τη δυνατότητα στα μαθηματικά να γίνουν εμπειρική επιστήμη.

Παράδειγμα είναι το πρόβλημα της Κορίνας, που θέλει να κάνει ιστιοσανίδα σε ένα νησί σχήμα ισόπλευρου τριγώνου με εξίσου καλή πρόσβαση στην παραλία σε όλες του τις ακτές. Που την συμφέρει να κατασκευάσει ώστε συνολικά σε μια εβδομάδα να χρειαστεί να κουβαλήσει την σανίδα στη μικρότερη δυνατή απόσταση με δεδομένο ότι θα πηγαίνει τυχαία σε οποιοδήποτε σημείο της ακτής;

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

$$\begin{aligned} EI &= 1,75 \text{ εκατοστά} \\ EH &= 3,40 \text{ εκατοστά} \\ EG &= 0,99 \text{ εκατοστά} \\ EI + EH + EG &= 6,14 \text{ εκατοστά} \end{aligned}$$



Εικόνα 2. Το πρόβλημα της Κορίνας σε Δ.Γ.Π.

Για το πρόβλημα αυτό μπορεί κανείς να ξεκινήσει με μετρήσεις και διαπίστωση ότι το αποτέλεσμα είναι το ίδιο για οποιοδήποτε σημείο του νησιού μιας και το άθροισμα των αποστάσεων από τις ακτές είναι σταθερό. Αρκεί όμως αυτή η διαπίστωση; Μπορεί να είναι κανείς σίγουρος; Πώς να το αιτιολογήσει;

Από την άλλη πλευρά, η έρευνα έχει δείξει ότι με την κατάλληλη διδακτική μέθοδο όχι μόνο δεν βάζεται η σημασία της εκμάθησης της απόδειξης, αλλά αντίθετα με τα εργαλεία αυτά μπορεί να υποστηριχθεί η αντίστοιχη μαθησιακή διαδικασία και παράλληλα να γίνει πιο κοινωνικά ενεργή για το μαθητή. Αυτό γίνεται όταν κατά τη διαδικασία κατασκευής γεωμετρικών αντικειμένων και επεξήγησης της συμπεριφοράς τους, καθώς αλλοιώνονται με το σύρσιμο, ο μαθητής εμπλέκεται σε ερμηνείες για τα φαινόμενα αυτά. Στα παραδοσιακά μαθηματικά η απόδειξη αντιμετωπίζεται ως μέσο προκειμένου να διαπιστωθεί η αλήθεια μιας υπόθεσης. Με τη χρήση των εργαλείων αυτών αλλοιώνεται κάπως η χρηστικότητα και ο ρόλος της απόδειξης, ενώ διατηρείται η μαθηματική της υπόσταση. Ο μαθητής χρειάζεται να αποδείξει κάτι, ακριβώς για να αιτιολογήσει τη συμπεριφορά του αλλοιούμενου σχήματος. Ο ρόλος της απόδειξης μετατρέπεται σε αυτόν της επεξήγησης συμπεριφορών αντί για αυτόν της διαπίστωσης της αλήθειας υποθέσεων.

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

Στο πρόβλημα της Κορίνας π.χ. οι μαθητές αφού εξηγήσουν τη λύση του μέσα από την απόδειξη ότι το άθροισμα των αποστάσεων ανάγεται στο άθροισμα των εμβαδών των τριών τριγώνων που σχηματίζονται και που αποτελούν τοοσταθερόεμβαδόν του νησιού, μπορούν να συνεχίσουν με το παιχνίδι 'τι θα γινόταν αν;'. Δηλαδή, πώς αλλάζει το πρόβλημα όταν έχουμε ισοσκελές αντί για ισόπλευρο τρίγωνο, τι γίνεται για τυχαίο και τι γίνεται για τετράπλευρο και εν τέλει n -γωνο. Σε κάθε γενίκευση του προβλήματος αλλάζουν τα μαθηματικά που χρειάζονται για τη λύση του, καθώς αυξάνεται εκθετικά η δυσκολία του.

Οι έρευνες με μαθητές που δουλεύουν με τον τρόπο αυτό έχουν δείξει ότι όντως οδηγούνται στη διατύπωση μαθηματικών αποδείξεων, για παράδειγμα για να εξηγήσουν γιατί ένα σχήμα, όταν κατασκευάζεται με συγκεκριμένο τρόπο, διατηρεί ορισμένες ιδιότητες καθώς αλλοιώνεται (Jones, 2000). Επίσης, σε ένα πειραματικό μάθημα με στόχο να εκφράσουν οι μαθητές παραγωγικούς συλλογισμούς, παρατηρήθηκε ότι με τη χρήση των ψηφιακών εργαλείων η ποιότητα των συλλογισμών αυτών βελτιώθηκε, ενώ κρίσιμο ρόλο στη διαδικασία αυτή έπαιξαν οι παρεμβάσεις του εκπαιδευτικού (Marrades & Gutierrez, 2000). Σε μια άλλη περίπτωση η ανάγκη απόδειξης προέκυψε, όταν οι μαθητές ξαφνιάστηκαν από τον τρόπο που αλλοιώθηκε ένα σχήμα ερχόμενοι σε γνωστική σύγκρουση σε σχέση με αυτό που περίμεναν (Hadas, Herskowitz & Swartz, 2000). Επομένως για να γίνει το εργαλείο αυτό καταλύτης που θα υποστηρίξει την εμπλοκή των μαθητών σε παραγωγικούς συλλογισμούς και αποδείξεις, έχει κυρίαρχη σημασία το ποια ακριβώς θα είναι η άσκηση για το μαθητή και πώς ακριβώς θα συμπεριφερθεί ο εκπαιδευτικός κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας.

Χειρισμός αλγεβρικών ψηφιακών συστημάτων

Οι τεχνολογίες αυτές πρωτο-εμφανίστηκαν την δεκαετία του 80 με εφαρμογές όπως το Mathematica και το Derive. Στη διδακτική των μαθηματικών, κυρίως της άλγεβρας και της ανάλυσης, τους δόθηκε μια ώθηση περίπου δέκα χρόνια αργότερα με την εμφάνιση καινούργιων και ποικίλων εφαρμογών, όπως το

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

Function Probe (FP), σχεδιασμένο από τη θεωρητικό του δομισμού στη μάθηση των μαθηματικών Jere Confrey (Confrey, 1993). Το FP έγινε γνωστό και προσβάσιμο στην χώρα μας μετά από τον εξελληνισμό του τα τελευταία τρία χρόνια. Τα σύγχρονα αυτά αλγεβρικά συστήματα χαρακτηρίζονται από συντάκτες ειδικά σχεδιασμένους για την παραγωγή αλγεβρικών εκφράσεων, από γραφικές παραστάσεις και από τις αλληλεξαρτώμενες αναπαραστάσεις τιμών, σχέσεων και αλγεβρικών ιδιοτήτων. Εκτός από την υπόστασή τους ως αυτόνομες εφαρμογές, εμφανίζονται και ως λειτουργικότητες πιο σύνθετων εφαρμογών όπως είναι ειδικοί προσομοιωτές φαινομένων ή καταστάσεων που διέπονται από αντίστοιχες αλγεβρικές ιδιότητες. Ο μαθητής ελέγχει, αλλάζει και δημιουργεί πτυχές των προσομοιωτών αυτών μέσω διεκειμένων που ανήκουν στην κατηγορία των αλγεβρικών συστημάτων, όπως π.χ. ο προσομοιωτής SimCalc (Karut, 1994) που έχει εξελληνιστεί πρόσφατα και θα περιγραφεί αναλυτικά πιο κάτω.

Η ενότητα αυτή είναι οργανωμένη με βάση περιοχές της άλγεβρας και της ανάλυσης στις οποίες αντιστοιχούν και λειτουργικότητες των ψηφιακών αλγεβρικών συστημάτων.

Αλγεβρικές εκφράσεις και μεταβλητές. Από ιστορικής πλευράς, ο τυπικός μαθηματικός κώδικας εμφανίστηκε και αναπτύχθηκε πολύ πριν τις ψηφιακές τεχνολογίες και αναπόφευκτα χρησιμοποιήθηκε για την έκφραση μαθηματικών εννοιών και τη διεξαγωγή μαθηματικών δραστηριοτήτων κυρίως από επιστήμονες μαθηματικούς και φυσικούς, ανθρώπους που είχαν οξυμένη ικανότητα για αφαιρετική σκέψη. Η ιδιοτυπία του κώδικα αυτού αλλά και οι έννοιες που διέπουν την άλγεβρα οδήγησαν τη μεγάλη πλειοψηφία των μαθητών να αντιμετωπίζουν το αντικείμενο ως πληροφορία προς αποστήθιση ή ως ρουτίνα ακατανόητης σκοπιμότητας ή χρησιμότητας. Τα διαδραστικά και δυναμικά χαρακτηριστικά της ψηφιακής τεχνολογίας επιτρέπουν το σχεδιασμό μαθησιακών δραστηριοτήτων κατά τις οποίες **η άλγεβρα τίθεται σε διαφορετικό ρόλο** μιας και ο μαθητής μπορεί να χρησιμοποιήσει τις έννοιες και τον κώδικα για να κάνει μαθηματικά. Παρατηρώντας την ανταπόκριση του

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

μηχανήματος ο μαθητής μπορεί να συντάσσει αλγεβρικές παραστάσεις, να τις επεξεργάζεται, να παρατηρεί τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων, τον τρόπο που αυτές μετασχηματίζονται κατά την αλλαγή παραμέτρων και τις τιμές τους για διάφορες τιμές των μεταβλητών.

Πριν από την έλευση των αλγεβρικών συστημάτων και των αλληλεξαρτώμενων πολλαπλών αναπαραστάσεων, χρησιμοποιήθηκαν γλώσσες προγραμματισμού για τη σύνταξη αλγεβρικών παραστάσεων και ιδιαίτερα για την ενασχόληση με την έννοια της μεταβλητής. Χαρακτηριστικό παράδειγμα ήταν οι έρευνες της Sutherland (1987) όπου οι μαθητές σε дуάδες έπαιζαν αλγεβρικά παιχνίδια όπως το 'μάντεψε τη συνάρτησή μου'. Ο ένας μαθητής κατασκεύαζε ένα πρόγραμμα που λειτουργούσε ως συναρτησιακή μηχανή, δηλαδή έπαιρνε μια τιμή και τη μετασχημάτιζε σύμφωνα με μια απλή συνάρτηση, π.χ.

για $\varphi : \chi$
τύπωσε $2 \cdot \chi + 3$
τέλος

Κείμενο 3. Η συναρτησιακή μηχανή

Ο άλλος, χωρίς να ξέρει το περιεχόμενο του προγράμματος 'φ', το εκτελούσε δίνοντας αλληπάλλληλες τιμές και προσπαθώντας να συνάγει από την ανταπόκριση του μηχανήματος την κρυμμένη συνάρτηση $\varphi(\chi) = 2\chi + 3$. Έτσι, οι αλγεβρικές παραστάσεις και οι μεταβλητές εντάσσονταν στη διαδικασία προγραμματισμού. Οι έρευνες αυτές ναί μεν έδωσαν τα πρώτα στοιχεία βαθύτερης κατανόησης εννοιών όπως η μεταβλητή και ο γενικευμένος αριθμός, έδειξαν όμως ότι ο συγκερασμός της χρήσης γλωσσών προγραμματισμού με την χρήση αλγεβρικών εννοιών δυσκόλευε τους μαθητές οι οποίοι δεν μπορούσαν να διακρίνουν μεταξύ των δύο αυτών κόσμων. Ακόμα και στην περίπτωση της γλώσσας που από πλευράς σύνταξης και σημειολογίας ήταν πλησιέστερη προς τον τυπικό μαθηματικό κώδικα (τη Logo) τα δύο αυτά δεν ταυτίζονταν. Παρ' όλα αυτά, η δραστηριότητα των μαθητών είχε τη φύση της μαθηματικής δραστηριότητας χαρακτηριζόμενη από υπολογισμούς και επιχειρηματολογία, λογικές διεργασίες, εικασίες, αιτιολόγηση, ακόμα και

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

απόδειξη. Τα αλγεβρικά συστήματα είναι πολύ πιο περιορισμένων δυνατοτήτων εφαρμογές μιας και δεν έχουν την λειτουργικότητα του προγραμματισμού. Είναι όμως εστιασμένα μιας και η σύνταξη και η επεξεργασία αλγεβρικών εκφράσεων γίνεται με τον κώδικα και τις ιδιότητες της άλγεβρας όπως στο χαρτί και το μολύβι. Η πρόσθετη αξία προσδίδεται στην διαδραστική και δυναμική ιδιότητα της ψηφιακής τεχνολογίας. Μερικές μάλιστα εφαρμογές λειτουργούν ως αλγεβρικοί ορθογράφοι, μην επιτρέποντας στο μαθητή να μετασχηματίσει μια έκφραση με λανθασμένο τρόπο π.χ. μην παίρνοντας υπόψη του τις παρενθέσεις ή τη διάταξη των πράξεων.

Πολλαπλές αναπαραστάσεις. Εκτός από τη δυνατότητα σύνταξης με τον τυπικό μαθηματικό κώδικα, πολλά αλγεβρικά συστήματα έχουν το χαρακτηριστικό των πολλαπλών αλληλεξαρτώμενων αναπαραστάσεων. Συνδέουν δηλαδή τον τυπικό κώδικα δυναμικά με γραφικές παραστάσεις. Χρησιμοποιώντας τα, τα μαθηματικά νοήματα που αναπτύσσουν οι μαθητές δεν είναι άρρηκτα συνδεδεμένα με μια αναπαράσταση και έτσι υποβοηθούνται να μην ταυτίζουν την αναπαράσταση με τη μαθηματική έννοια. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι οι συναρτησιακές μηχανές που εμφανίζονται στην οθόνη ως δενδρικές χωάνες οι οποίες τροφοδοτούνται με τιμές και τις μετασχηματίζουν σύμφωνα με τη συνάρτηση (Feurzig & Richards, 1986). Αποτελούν δηλαδή μια γραφική παράσταση των προγραμμάτων της Sutherland και ανάλογα με την τεχνολογική δεινότητα του εργαλείου επιτρέπουν στο μαθητή να κατασκευάζει και να συντάσσει τέτοιες συναρτήσεις.

Η σκοπιμότητα και η ισχύς του τυπικού μαθηματικού κώδικα. Μια σημαντική προσέγγιση για την αξιοποίηση των αλγεβρικών ψηφιακών συστημάτων υιοθέτησε την παραδοχή ότι ο μαθητές δεν βρίσκουν νόημα σε βασικές πτυχές της άλγεβρας όπως η μεταβλητή, η μαθηματική σχέση – συνάρτηση, η έννοια του αγνώστου αριθμού και του γενικευμένου αριθμού και ιδιότητες όπως η διάταξη των πράξεων, η προσεταιριστική και η μεταθετική ιδιότητα. Επίσης, δεν διακρίνουν την εκφραστική ισχύ των πτυχών αυτών (Dubinsky, 2000). Οι Ainley and Pratt (2002) έκαναν σειρά από έρευνες με μαθητές δημοτικού οι

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

οποίοι χρησιμοποίησαν λογιστικά φύλλα ως εργαλεία για την επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων για τα οποία συνέλεξαν δεδομένα από το περιβάλλον τους (Ainley, 1995). Στόχος ήταν οι μαθητές να διακρίνουν αυτές τις δύο πτυχές, το νόημα και την ισχύ των αλγεβρικών εννοιών, καθώς αυτές τίθενται σε χρήση για την επίλυση του προβλήματος.

Συναρτήσεις. Υπάρχουν τρεις τρόποι αναπαράστασης συναρτήσεων – ο συμβολικός, ο γραφικός και αυτός των πινάκων αριθμητικών δεδομένων. Σε αυτούς μπορεί να προστεθεί και αυτός της καθομιλούμενης γλώσσας. Η έρευνα στη διδακτική των μαθηματικών έχει μέχρι στιγμής υιοθετήσει δύο προσεγγίσεις ως προς την αξιοποίηση της τεχνολογίας αυτής. Η μια δίνει έμφαση στη χρήση μιας από τις αναπαραστάσεις των συναρτήσεων, υπονοώντας ότι αυτή θα πρέπει να προηγηθεί των άλλων ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν τις αντίστοιχες έννοιες. Ιδιαίτερα στις περιπτώσεις όπου η κυρίαρχη αναπαράσταση ήταν αυτή του συμβολικού κώδικα, η τεχνολογία παίζει το ρόλο του απλοποιητή αλγεβρικών πράξεων π.χ. στην επίλυση εξισώσεων. Εδώ υπάρχει ένας έντονος διάλογος σχετικά με το κατά πόσο και σε ποιές περιπτώσεις οι μαθητές κατανοούν βαθύτερα έννοιες όταν υπολογισμοί και πράξεις γίνονται από το μηχάνημα. Πότε δηλαδή οι έννοιες αυτές είναι κατανοητές από το μαθητή ώστε να βοηθά το ότι μπορεί να βάλει τον υπολογιστή να κάνει τις πράξεις ώστε να μπορέσει να δώσει προσοχή σε άλλο θέμα το οποίο δεν κατανοεί τόσο καλά.

Η δεύτερη προσέγγιση θέτει και τις τρεις αναπαραστάσεις στη διάθεση του μαθητή έτσι ώστε να τις χρησιμοποιεί παράλληλα. Στα αντίστοιχα εργαλεία μάλιστα οι αναπαραστάσεις αυτές είναι αλληλεξαρτώμενες, αλλαγή δηλαδή μιας παραμέτρου ή μιας συνάρτησης σε μια προκαλεί τις αντίστοιχες αλλαγές και στις άλλες όπου αυτό έχει νόημα (π.χ. όπως στο Function Probe). Ταυτόχρονα, είναι εύκολη η μεταφορά τιμών και σχέσεων από τη μια στην άλλη με χειροκίνητο τρόπο από το μαθητή. Η προσέγγιση αυτή διέπεται από την πεποίθηση ότι η έκφραση των εννοιών περί την συνάρτηση με πάνω από ένα αναπαραστασιακό κώδικα διευκολύνει την κατανόησή τους και βοηθά το

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

μαθητή να αποστασιοποιηθεί από συγκεκριμένες αναπαραστάσεις και να ασχοληθεί με τα νοήματα που αναπαριστούν (Moreira, 2002).

Ένα παράδειγμα τέτοιας δραστηριότητας που εμπνευστήκαμε από την Confrey (1994) και τροποποιήσαμε κατάλληλα για το μάθημα της Διερεύνησης αξιοποιεί διδακτικά το πρόβλημα της πίτσας (εξ' ου και η γαστρονομική προτίμηση). Το πρόβλημα έχει ως εξής:

*Μία πιτσαρία φτιάχνει στρογγυλές πίτσες σε 5 διαφορετικά μεγέθη:
ατομική πίτσα με διάμετρο 15 cm
πίτσα μεσαίου μεγέθους με διάμετρο 30 cm
πίτσα μεγάλου μεγέθους με διάμετρο 45 cm
πίτσα 'πάρτυ' με διάμετρο 60 cm
πίτσα 'γίγας' με διάμετρο 75 cm
Ο ιδιοκτήτης της πιτσαρίας έχει καθιερώσει μία παράξενη 'οικονομική πολιτική' που σας επιτρέπει να πληρώσετε την πίτσα σας με έναν από δύο διαφορετικούς τρόπους:
Πληρώνετε 20 δραχμές για κάθε εκατοστό της περιφέρειάς της
Πληρώνετε 2,5 δραχμές για κάθε τετραγωνικό εκατοστό του εμβαδού της.
Διαλέξτε τον τρόπο που σας συμφέρει για να πληρώσετε την πίτσα που θα αγοράσετε.*

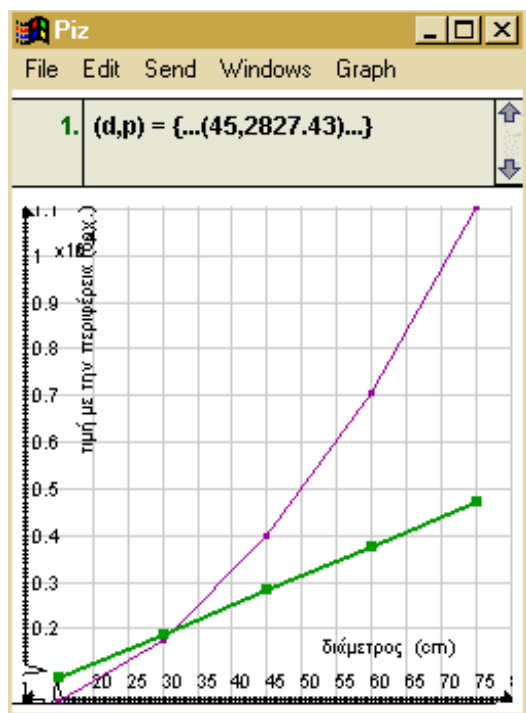
Κείμενο 4. Το πρόβλημα της Πίτσας

Το πρόβλημα αυτό συνίσταται στην συνειδητοποίηση ότι έχουμε να κάνουμε με δύο μεθόδους πληρωμής, η κάθε μια από τις οποίες χρησιμοποιεί μια συναρτησιακή σχέση. Προσδιορισμός των δύο συναρτήσεων και σύγκριση των τιμών τους δίνει το αποτέλεσμα που είναι σχεδιασμένο ώστε να μην είναι μοναδικό αλλά να εξαρτάται από το σημείο τομής των δύο γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται και χωρίς ψηφιακό εργαλείο. Με το Function Probe όμως οι μαθητές μπορούν με την κατάλληλη διδακτική υποστήριξη να εμπλακούν σε μαθηματική δραστηριότητα στα πλαίσια που προσδιορίθηκαν στην αρχή του κεφαλαίου. Μπορούν να υπολογίσουν συγκεκριμένες τιμές με τον προγραμματιζόμενο αριθμητικό υπολογιστή. Στη συνέχεια να καταγράψουν τις τιμές στον πίνακα ως ακολούθως.

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

d	r=d/2	c=2πr	a=πr ²	p=20c	m=2.5a
διάμετρος (cm)	ακτίνα (cm)	μήκος περιφέρειας (cm)	εμβαδόν (cm ²)	τιμή σε δρχ (με μήκος περιφέρειας)	τιμή σε δρχ (με εμβαδόν)
15	7.5	47.12	176.71	942.48	441.79
30	15	94.25	706.86	1884.96	1767.15
45	22.5	141.37	1590.43	2827.43	3976.08
60	30	188.5	2827.43	3769.91	7068.58
75	37.5	235.62	4417.86	4712.39	11044.66

Στη συνέχεια, οι μαθητές μπορούν αφού παρατηρήσουν ότι δεν είναι πάντα η μία μέθοδος πληρωμής που συμφέρει, να μεταφέρουν τις τιμές στη γραφική παράσταση και να τις ενώσουν με ευθύγραμμα τμήματα. Αυτό τους κάνει να υποπτευθούν ότι υπάρχουν συναρτησιακές σχέσεις για τις δύο μεθόδους.



Εικόνα 3. Συναρτήσεις με το Function Probe

Η εικασία αυτή μπορεί αν τους οδηγήσει στο να δοκιμάσουν διάφορες

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

συναρτήσεις δίνοντας τους αντίστοιχους τύπους στη γραφική παράσταση μέχρι να δουν ποιά φαίνεται να συμπίπτει με τα σημεία του πίνακα. Η επόμενη εικασία είναι ότι η συναρτηση αυτή είναι που διέπει τα δύο μεγέθη αντίστοιχα. Τέλος μπορούν να χρησιμοποιήσουν τη συνάρτηση για να γεμίσουν αυτόματα τον πίνακα με πολλές τιμές και έτσι να φτιάξουν ένα εργαλείο με το οποίο να μπορούν να συμβουλέψουν τον πιτσαδόρο ή τον πελάτη τι να διαλέγει ανάλογα σε οποιαδήποτε περίπτωση.

Κατακράτηση δεδομένων μέσα από τη χρήση αντίστοιχων συσκευών. Ένα άλλο είδος αξιοποίησης των λειτουργικότητας των ψηφιακών αλγεβρικών συστημάτων είναι όταν αυτές διέπουν τα εργαστήρια μικρο-υπολογιστών (MBL). Πρόκειται για συνδυασμό των ψηφιακών εργαλείων με συσκευές κατακράτησης δεδομένων σε πραγματικό χρόνο ενίοτε βασισμένες σε αισθητήρες φωτός, αφής, θερμοκρασίας, κίνησης κ.α. Τα δεδομένα αυτά καταχωρούνται και στη συνέχεια ο μαθητής μπορεί να τα επεξεργαστεί διερευνώντας π.χ. πιθανές συναρτησιακές σχέσεις μεταξύ ομάδων δεδομένων ή παρατηρώντας αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. Μια ιδιαίτερη κατηγορία τέτοιων εφαρμογών συνδέει κινήσεις του σώματος των μαθητών με τα ψηφιακά εργαλεία τα οποία κατακρατούν δεδομένα θέσης, μετατόπισης και χρόνου και επομένως των εννοιών της ταχύτητας και της επιτάχυνσης και των συναρτήσεων που τις διέπουν. Οι μαθητές μπορούν να ‘ζωγραφίσουν’ με το ποντίκι την γραφική παράσταση που προβλέπουν ότι θα δημιουργηθεί από μια συγκεκριμένη κίνησή τους και μετά να την συγκρίνουν με αυτήν που θα δείξει το εργαλείο (Nemirovsky, Kaput, Rochelle (1998), Borba & Scheffer (2003), Robutti & Ferrara, 2002).

Μια παραλλαγή αυτών των εφαρμογών αφορά στη διασύνδεση γραφικών παραστάσεων με συσκευές ή εικονικά φαινόμενα από την καθημερινότητα των μαθητών. Μια τέτοια συσκευή ο Nemirovsky (1994) την ονόμασε ‘αναλυτή επιφανειών’ όπου ένας αισθητήρας πάνω σε μια γραφίδα διέτρεχε μια ανώμαλη επιφάνεια στέλνοντας δεδομένα που συσχέτιζαν σε γραφική παράσταση το ύψος ή την κλίση με τη θέση της γραφίδας. Ένα αντίστοιχο παράδειγμα

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

αποτελείτο από δύο (παιχνίδια) αυτοκινήτακια, το καθένα κυλιόμενο πάνω σε μια μεταλλική ράγα. Ο μαθητής μπορούσε να κατασκευάσει την καμπύλη μιας γραφικής παράστασης για το κάθε αυτοκίνητο είτε ελεύθερα με το ποντίκι είτε προεπιλέγοντας μεταξύ κατηγοριών καμπυλών και χρησιμοποιώντας το ποντίκι για να τις μετασχηματίσει. Στη συνέχεια η εφαρμογή έθετε τα δύο αυτοκίνητα σε κίνηση αντίστοιχη με τη συνάρτηση θέσης – χρόνου. Σημαντικό στοιχείο όμως είναι ότι στην συγκεκριμένη εφαρμογή μπορούσε ο μαθητής να κάνει και το αντίθετο. Να κινήσει δηλαδή με το χέρι του το αυτοκίνητο και να ‘διαβάσει’ το λογισμικό την κίνηση αυτή δείχνοντας την αντίστοιχη γραφική παράσταση. Στη συνέχεια ο μαθητής μπορούσε εκ νέου να αντιστρέψει το εργαλείο και να δει αυτοματοποιημένη την κίνηση που είχε προηγουμένως κάνει με το χέρι. Τέλος, μια σειρά από εφαρμογές όπου η γραφική παράσταση ήταν συνδεδεμένη με μια εικονική προσομοίωση (όπως π.χ. ένας αγώνας δρόμου μεταξύ διαφόρων εικονικών χαρακτήρων) με την ονομασία SimCalc αναπτύχθηκε από τον Karut (Karut and Hegedus, 2002). Το σημαντικό στοιχείο είναι ότι στα πλαίσια των ερευνών με τις εφαρμογές αυτές αναπτύχθηκε μια επιχειρηματολογία ότι οι ψηφιακές τεχνολογίες μας επιτρέπουν να παρακάμψουμε την ανάγκη έκφρασης εννοιών γύρω από τις συναρτήσεις με συμβολικό κώδικα. Έτσι, οι δυσκολίες που είχαν οι μαθητές να κατανοήσουν το νόημα και την ισχύ των εννοιών θα μπορούσαν έστω και εν μέρει να αντιμετωπιστούν με την εισαγωγή τους στις αλγεβρικές έννοιες μέσω των προσομοιώσεων και των γραφικών παραστάσεων. Οι έρευνες αυτές δεν έχουν προχωρήσει αρκετά ώστε να έχουμε ολοκληρωμένα στοιχεία για την κατανόηση των εννοιών από τους μαθητές και για τη σύγκριση των κατανοήσεων μεταξύ των δύο μεθόδων. Επίσης δεν έχουμε στοιχεία για το αν η ενασχόληση με μη συμβολικά αναπαραστασιακά μέσα υποβοηθά τους μαθητές να εντάξουν και αυτή την αναπαράσταση αργότερα ή τους θέτει εμπόδια.

Ανάλυση. Τα ψηφιακά εργαλεία έχουν αξιοποιηθεί για τρεις οικογένειες εννοιών της ανάλυσης. Για τους υπολογισμούς του εμβαδού, του όγκου και της κλίσης. Για τη μελέτη της μεταβλητότητας φυσικών μεγεθών όπως η ταχύτητα και η επιτάχυνση. Τέλος, για τη μελέτη πιο θεωρητικών προσεγγίσεων

Το Μάθημα της Διερεύνησης. X. Κυνηγός

αρχίζοντας από τα παράδοξα κίνησης του Ζήνωνα και συνεχίζοντας με την τυποποίηση της ανάλυσης τον 19^ο αιώνα. Η τεχνολογία έχει προσεγγιστεί ως εργαλείο υπολογισμών με γλώσσες προγραμματισμού ή λογιστικά φύλλα, ως εργαλείο κατακράτησης δεδομένων όπως περιγράψαμε στην προηγούμενη ενότητα και η μελέτη του απειροστικού λογισμού μέσα από συναρτήσεις και μεταβλητές διαχειριζόμενες με συμβολικό τρόπο. οι εφαρμογές αυτές επιτρέπουν στους μαθητές να αντιμετωπίζουν δυσνόητες έννοιες όπως η διάκριση μεταξύ πεπερασμένου και άπειρου, μεταξύ συνεχούς και ασυνεχούς, κάνοντας εικασίες, πειράματα και διατυπώνοντας προσωπικούς προβληματισμούς και σκέψεις.

Ορια. Μια δυσκολία στην κατανόηση της έννοιας του ορίου για τους μαθητές είναι η εστίαση είτε στην πτυχή της έννοιας που συσχετίζεται με τη διαδικασία της προσέγγισης, είτε από την άλλη με την πτυχή που συσχετίζεται με μια διακριτή τιμή, αυτή του ορίου. Οι μαθητές δυσκολεύονται να δουν την έννοια στη μαθηματική της διάσταση, δηλαδή ότι και οι δύο αυτές πτυχές είναι άρρηκτα συνδεδεμένες με την έννοια του ορίου και μπορούν να χρησιμοποιηθούν αντίστοιχα για την επίλυση προβλημάτων (Trouche and Guin, 1996). Η δυσκολία εδώ είναι η επιστημολογική ασυνέχεια μεταξύ των δύο πτυχών αυτών που δείχνουν να βρίσκονται σε διάσταση -για να μην πω σε αντίφαση- μεταξύ τους. Η χρήση λογισμικών όπως το 'Derive' επιτρέπει στους μαθητές να χειρίζονται παράλληλα και τις δύο πτυχές με δυναμικό τρόπο και έτσι να αποκτούν την εμπειρία της σημασίας τους για την έννοια του ορίου. Ένα παράδειγμα είναι αυτό δύο μαθητών οι οποίοι χρησιμοποίησαν τη λειτουργικότητα της εστίασης ('zooming') σε ένα λογισμικό γραφικών το 'Corel Draw' για να παρατηρήσουν τι γίνεται στο σημείο, όπου μια ευθεία εφάπτεται με μια καμπύλη και να εξηγήσουν ότι για απειροστό διάστημα, έχουμε δύο παράλληλες ευθείες (Milani&Baldino, 2002). Με τη χρήση του λογισμικού 'Mathematica' οι μαθητές μπορούν να χειριστούν οι ίδιοι με δυναμικό τρόπο τη συσχέτιση σημείων στο καρτεσιανό επίπεδο με μαθηματικές συναρτήσεις στις οποίες ανήκουν και να κατασκευάσουν δυναμικούς μετασχηματισμούς ('animations') (Kidron et al, 2001).

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

Ολοκληρώματα, διαφορικός λογισμός απειροσειρές. Τα εργαλεία ψηφιακής τεχνολογίας επιτρέπουν και στην περίπτωση αυτή την ανάμειξη και τελικά τη διασύνδεση των διαισθητικών και τυπικών προσεγγίσεων των εννοιών. Εδώ έχει ιδιαίτερη σημασία η παράλληλη χρήση αριθμών, γραφικών παραστάσεων και τυπικών μαθηματικών παραστάσεων, τριών τρόπων αναπαράστασης που είναι δυναμικά συνδεδεμένες μεταξύ τους χάρη στα εργαλεία αυτά. Έτσι αντιμετωπίζονται ζητήματα όπως το να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής, να βρεθεί η κλίση και να βρεθεί το διαφορικό με συμβολικό τρόπο (δηλαδή η αντίστοιχη συνάρτηση). Σχετικά με τα ολοκληρώματα, οι μαθητές μπορούν να φτιάξουν ορθογώνια παραλληλόγραμμα έτσι ώστε να γεμίσουν την περιοχή μεταξύ μιας μαθηματικής καμπύλης και του άξονα των x και να υπολογίσουν το άθροισμα των εμβαδών τους. Στη συνέχεια μπορούν να δούν πώς αλλάζει το άθροισμα αυτό, καθώς η βάση των ορθογωνίων προσεγγίζει το μηδέν και τα ορθογώνια προσεγγίσουν το ολοκλήρωμα της καμπύλης. Η διερεύνηση των μαθητών μπορεί με τον τρόπο αυτό να αφορά σε διάφορα σημεία της έννοιας του ολοκληρώματος: από το να κατασκευάζουν δυναμικά τη συνάρτηση και το ολοκλήρωμά της μέχρι να δουν τι γίνεται όταν έχω αρνητικό βήμα αντιστρέφοντας τα δύο άκρα του ολοκληρώματος.

Διαχείριση δεδομένων

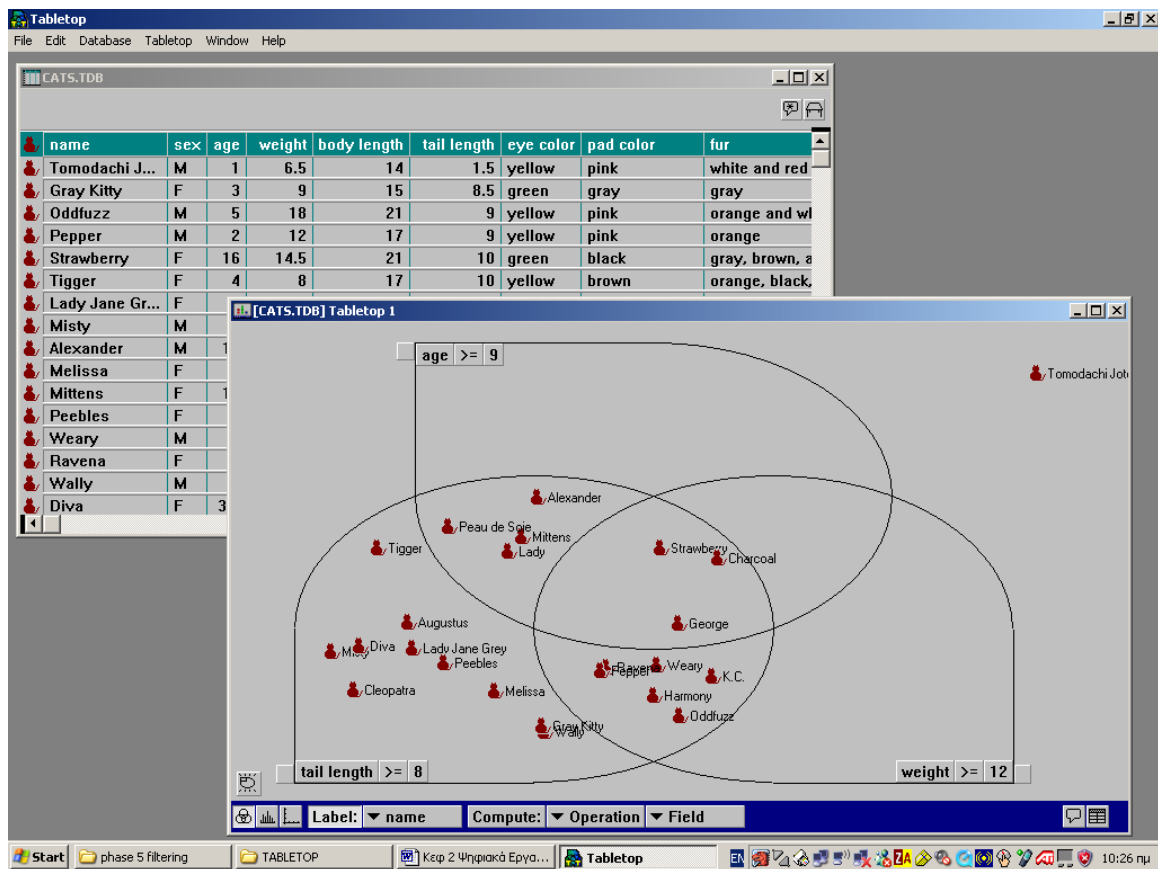
Για μια από τις λειτουργικότητες της ψηφιακής τεχνολογίας, δηλαδή τις γραφικές παραστάσεις, επώθησαν ορισμένα βασικά στοιχεία στην προηγούμενη ενότητα. Όμως η δυνατότητα της τεχνολογίας να ταξινομεί δεδομένα και αριθμητικές τιμές σε ορθοκανονικό ή άλλο σύστημα αξόνων προσδίδει και στο αντικείμενο της διαχείρισης δεδομένων πρόσθετη αξία είτε αυτό εντάσσεται στην άλγεβρα είτε στην στατιστική και τις πιθανότητες. Αποτελεί επομένως έναν από τους τρόπους αναπαράστασης δεδομένων για τις ανάγκες της ενότητας αυτής.

Τα εργαλεία διαχείρισης δεδομένων σχεδιασμένα για τη διδακτική των μαθηματικών είναι λίγα στον αριθμό και έχουν χαρακτηριστικά που τα

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

διακρίκουν σαφώς από τις κλασσικές γενικής χρήσης βάσεις δεδομένων όπως η Access, η Lotus, η SQL κ.α. ευρέως γνωστές. Οι βασικές διαφορές είναι ότι είναι εξαιρετικά υποβαθμισμένη αν όχι ανύπαρκτη η λειτουργικότητα της διαβαθμισμένης πρόσβασης στην πληροφορία καθώς και αυτή του σχεδιασμού καρτελών. Τα εργαλεία της διδακτικής έχουν το χατακρητιστικό της άμεσης ανταπόκρισης οποιασδήποτε καταχώρησης ή ανάλυσης των δεδομένων και κυρίως της πικοιλίας και του δυναμικού χαρακτήρα των αναπαραστάσεων της πληροφορίας και των τρόπων ανάλυσής της. Τα βασικά εργαλεία είναι το 'Tabletop' του Hancock (1995) και μετέπειτα το 'Fathom' και το 'Tinkerplots' του εκδοτικού οίκου 'Key Curriculum Press' που εκδίδει και το Geometry Sketchpad. Το πρώτο από αυτά αποτελείται από μια εύχρηστη σχεσιακή βάση δεδομένων με βασική αναπαράσταση τον πίνακα, υποστηρίζοντας την αλφαριθμητική, την αριθμητική και την διττή (αληθές/αναληθές) δομή δεδομένων. Τα ίδια τα δεδομένα αναπαριστώνται και με τη μορφή των στοιχείων συνόλων που εμφανίζονται με διαγράμματα του Venn πάνω σε μια ιδεατή επιφάνεια τραπεζιού (εξ' ου και το όνομα του λογισμικού).

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός



Εικόνα 4. Ανάλυση πληροφοριών για τις γάτες με το Tabletop

Ο χρήστης μπορεί να κάνει ερωτήματα τύπου άλγεβρας του Boole και το λογισμικό τοποθετεί τα στοιχεία της βάσης στα αντίστοιχα σύνολα. Επίσης ο χρήστης μπορεί να κάνει τις βασικές πράξεις της περιγραφικής στατιστικής και επιπλέον να τοποθετήσει τα στοιχεία σε μονοαξονική ή διαξονική κατανομή. Από το εργαλείο αυτό εμπνευστήκαμε στο εργαστήριο και σχεδιάσαμε ένα αντίστοιχο με σημαντικές όμως διαφορές το οποίο και θα περιγράψουμε πιο κάτω με την ονομασία ‘ταξινομούμε’. Το ‘Fathom’ περιέχει περισσότερες δυνατότητες στατιστικής ανάλυσης και δικτυακής συμπεριφοράς και προορίζεται για μεγαλύτερους μαθητές από το Λύκειο και μετά, ενώ αντίθετα το ‘Tinkerplots’ περιέχει εξαιρετική ευρηματικότητα στην αξιοποίηση του διαθέσιμου και του δυναμικού χαρακτήρα της τεχνολογίας που επιτρέπει σε μικρούς μαθητές την πρόβαση σε βασικές έννοιες της διαχείρισης δεδομένων. Και τα τρία αυτά εργαλεία είναι εξαιρετικά για τη διδασκαλία της στατιστικής

Το Μάθημα της Διερεύνησης. Χ. Κυνηγός

και των πιθανοτήτων, συγκεραίνοντας έννοιες από τα αντικείμενα αυτά με έννοιες διαχείρισης δεδομένων από την επιστήμη των υπολογιστών.