

Ο ΠΙΑΓΕΤ ΥΠΟ ΕΠΙΘΕΣΗ

ΕΔΩ ΚΑΙ ΑΡΚΕΤΟ ΚΑΙΡΟ Ο ΠΙΑΓΕΤ ΘΕΡΠΕΤΑΙ ΕΝΑΣ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΚΥ-
ριότερους μελετητές που έχουν ασχοληθεί με τη διαδικασία εκ-
μάθησης των μαθηματικών από τα παιδιά. Η θέση αυτή είναι απόλυ-
τα δικαιολογημένη, καθώς μας έχει δώσει πολλές σημαντικές νύξεις
για την κατανόηση των μαθηματικών εννοιών από τα μικρά παιδιά.
Τα τελευταία πάντως χρόνια, ορισμένες απόψεις της θεωρίας του
Piaget—συμπεριλαμβανομένων κι αυτών που έχουν σχέση με την
πρώιμη κατανόηση της έννοιας των αριθμών από τα μικρά παιδιά—
έχουν δεχτεί σοβαρή κριτική από ψυχολόγους, τόσο στη Βρετανία
όσο και στην Αμερική. Αυτές οι κριτικές είναι πολύ σημαντικές, και
αξίζει να τις δει κανείς προσεκτικά. Πρώτα όμως θα περιγράψω τα
πιο σημαντικά χαρακτηριστικά της θεωρίας του Piaget, και θα δω τι
έχει να πει για τον τρόπο που τα παιδιά μαθαίνουν μαθηματικά.

Η Θεωρία του Piaget για τη Νοητική Ανάπτυξη

Στην προστάθεια να κατανοήσουμε την επίδραση του Piaget στη μα-
θηματική εκπαίδευση, αντιμετωπίζουμε ένα πρόβλημα. Παρά την
αναμφίβολη του επίγροη, στην πραγματικότητα απέδωσε πολύ μι-
κρό μέρος από τα γκατρά του στο ερώτημα πώς τα παιδιά μαθαί-
νουν μαθηματικά, και ακόμη μικρότερο στο ερώτημα πώς θα μπο-
ρούσαν να βοηθηθούν στο σχολείο. Ήταν πραγματικά ένας παραγω-

~ 32 ~

γός συγγραφέας κι εκτιμάται ότι, σε όλη του τη ζωή, αυτός και οι
συνεργάτες του δημοσίευσαν πάνω από 1.500 βιβλία και άρθρα πά-
νω στην Ψυχολογία και στην Επιστημολογία (τη θεωρία της γνώ-
σης). Όμως μόνο ένας μικρός αριθμός αυτών των δημοσιεύσεων
αφορούσ αφρώς το πρόβλημα της εκμάθησης των μαθηματικών.

Για να κατανοηθεί το πρόβλημα, πρέπει να αναγνωριστούν δύο
σημαντικά στοιχεία της δουλειάς του Piaget. Πρώτον, όπως ο Piaget
επανηληθμένα ισχυριζόταν σε όλη του τη ζωή, το πρωταρχικό του
ενδιαφέρον βρισκόταν στην Επιστημολογία παρά στην Ψυχολογία.
Πολλά, πάνω απ' όλα, να κατανοηθεί πώς αποκρίεται και αναπτύσ-
σεται η γνώση γενικά από το ανθρώπινο είδος, παρά το πώς ορισμέ-
να άτομα αποκτούν συγκεκριμένες επιμέρους γνώσεις. Παρά' αυτά,
δηχόταν ότι οι μελέτες τού γενικού και του ειδικού πρέπει να συμβα-
δίζουν, κι έψαχνε πάντα για διασυνδέσεις ή παραλληλισμούς ανάμε-
σα στον τρόπο που αναπτύσσεται η ατομική γνώση και στον τρόπο
που αναπτύσσεται η πιο γενική γνώση.

Το δεύτερο σημαντικό σημείο της δουλειάς του Piaget που πρέ-
πει να αναγνωριστεί είναι το εξής: όπως ακριβώς το ενδιαφέρον του
για την ψυχολογική ανάπτυξη του παιδιού ήταν με πολλούς τρόπους
διπτευθεν στις επιστημολογικές του μελέτες, έτσι και το ενδιαφέ-
ρον του για την κατανόηση των μαθηματικών από το παιδί ήταν με
πολλούς τρόπους διπτευθεν όσον αφορά τη γενικότερη ψυχολογι-
κή του ανάπτυξη. Με το πέρασμα του χρόνου, ο Piaget ανέπτυξε μια
πολύπλοκη θεωρία για να εξηγήσει την ανάπτυξη της σχέψης και
της κατανόησης στα παιδιά από τη γέννησή τους έως την ενηλικίω-
ση, και η κατανόηση για την ανάπτυξη της μαθηματικής σχέψης ηρ-
θε μάλλον ως αποτέλεσμα αυτής της γενικότερης θεωρίας του, παρά
αντίστροφα. Η σημασία αυτής της θέσης—καθώς και της προηγουί-
μενης—θα γίνει φανερή αργότερα, όταν θα εξετάσουμε τις κριτικές
για τη θεωρία του Piaget.

Η θεωρία από μόνη της είναι υπερβολικά πολύπλοκη ώστε να
δικαιωθεί εδώ πλήρως. Μια συνοπτική περιλήψη ορισμένων βασι-
κών ιδεών του Piaget δίνεται στο Παράρτημα της Donaldson (1978),
ενώ μια λεπτομερέστερη κριτική επισκόπηση δίνεται από τον Flavell

~ 33 ~

(1963). Εδώ θα εξετάσουμε μια άποψη της θεωρίας του Piaget, την ιδέα των *σταδίων ανάπτυξης*, και θα εστιαστούμε λεπτομερώς σε δύο κρίσιμα έργα που χρησιμοποιήθηκε για να στηρίξει τη θεωρία του. Κατά τον Piaget, κεντρικής θεωρητικής σπουδαιότητας είναι η γνώση ότι υπάγονται διακεκριμένα στάδια ανάπτυξης, το καθένα με τις δικές του ιδιότητες και χαρακτηριστικά, από τα οποία πρέπει να προκύψουν όλα τα παιδιά με μια προκαθορισμένη σειρά από τη γέννηση έως την ενηλικίωση. Σήμερα με τον Piaget, οι ικανότητες του παιδιού για μάθηση και κατανόηση – στην πραγματικότητα ολόκληρος ο τρόπος που βλέπει τον κόσμο το παιδί – καθορίζονται πολύ από το συγκεκριμένο στάδιο ανάπτυξης τους.

Το πρώτο κύριο στάδιο στη θεωρία του Piaget ονομάζεται *αισθησιοκινητική περίοδος*, και καλύπτει το χρόνο από τη γέννηση έως τους 18 περίπου μήνες (τα στάδια δεν είναι αυστηρά συνδεδεμένα με τις συγκεκριμένες ηλικίες). Ένα από τα βασικά επιτεύγματα των ηπίων σ' αυτή την περίοδο είναι η διαπίστωση ότι είναι διαφορετικά από τον υπόλοιπο κόσμο, κι ότι υπάχει ένας κόσμος με αντικείμενα που είναι ανεξάρτητος από τις δικές τους πράξεις. Μια σπουδαία ανακάλυψη του Piaget ήταν πως ένα μωρό κάτω των έξι μηνών φαίνεται να μην αναγνωρίζει ότι τα αντικείμενα συνεχίζουν να υπάρχουν ακόμα κι όταν δεν είναι πλέον ορατά από αυτό: το βρέφος, συνειδητά, δεν θα φιάξει αντικείμενα που είναι κρυμμένα πίσω από ένα πανί.

Το δεύτερο στάδιο ανάπτυξης, που καλύπτει την περίοδο από τους 18 περίπου μήνες έως τα 7 χρόνια, είναι γνωστό ως *προεπινοητική περίοδος*. Για τον Piaget, η μεγάλη αυτή περίοδος, κατά τη διάρκεια της οποίας το μικρό παιδί εξελίσσεται πολύ, εντοπίζεται από την *έλλειψη* ορισμένων χαρακτηριστικών που αναδίδονται στο επόμενο στάδιο ανάπτυξης. Σήμερα με τον Piaget, τα προεπινοητικά παιδιά κυριαρχούνται από τις αντιλήψεις τους, κι έτσι πιθανόν να παραπλανούνται από αυτά που βλέπουν: για παράδειγμα, δείχνουν να σκέπτονται ότι η ποσότητα ενός υγρού αλλάζει καθώς αυτό μεταφέρεται από ένα δοχείο σ' ένα άλλο διαφορετικού μεγέθους ή σχήματος. Το κυριότερο επίσης ότι τα παιδιά είναι εγωκεντρικά, με

την έννοια ότι είναι ανίκανα να δουν την άποψη ενός άλλου ατόμου, κι ότι δεν κατανοούν αλλά λογικά συμπέρασμα.

Το προεπινοητικό στάδιο ακολουθεί στα επτά περίπου χρόνια με τη *περίοδο των συγκεκριμένων λογικών λειτουργιών*. Το κύριο χαρακτηριστικό εδώ είναι ότι το παιδί είναι ικανό να σκέφτεται λογικά για τις πράξεις που τελούνται στον φυσικό κόσμο: η σκέψη του παιδιού έχει αποκεντρωθεί και έχει γίνει ικανή για πολλά λογικά συμπεράσματα. Τα παιδιά αυτού του σταδίου γνωρίζουν ότι ορισμένες *αλλαγές* στον φυσικό κόσμο μπορεί να αντιστραφούν, και αναγνωρίζουν τις συνέπειες αυτού του πράγματος. Τώρα καταλαβαίνουν, για παράδειγμα, ότι η ποσότητα του υγρού παραμένει η ίδια, άσχετα με το αν μεταφέρεται από το ένα δοχείο στο άλλο.

Το τελικό στάδιο της ανάπτυξης είναι γνωστό ως η *περίοδος των πιακών λογικών λειτουργιών*. Αυτό το στάδιο, που εμφανίζεται συνήθως στα έντεκα περίπου χρόνια ή αργότερα, χαρακτηρίζεται από την απόκτηση της ώριμης λογικής σκέψης. Το παιδί είναι τώρα ικανό να σκέφτεται λογικά όχι μόνο για τον φυσικό κόσμο, αλλά και για τον κόσμο των υποθετικών προτάσεων. Το παιδί μπορεί να συλλογίζεται για πιθανότητες και υποθέσεις: σ' αυτό το στάδιο γίνεται εφικτή η *παρονομαστική σκέψη* που είναι χαρακτηριστική της επιστήμης.

Οι μαθησίες που προβάλλει ο Piaget για να υποστηρίξει τη θεωρία του προκύπτουν από έναν μεγάλο αριθμό μεγαλύτερων πειραμάτων που ο ίδιος και οι συνεργάτες του επινόησαν. Το κύριο χαρακτηριστικό αυτών των πειραμάτων είναι πως ο ενήλικος παρανοιάζει ένα έργο ή ένα πρόβλημα στο παιδί, κι έπειτα εξακριβώνει το βαθμό ανάπτυξης του από τα σχόλια και τους συλλογισμούς του. Δύο από τα έργα που χρησιμοποιήσε ο Piaget για να μελετήσει τη μετάβαση από την προεπινοητική στη συγκεκριμένη σκέψη έχει σαφώς σχετιστεί με την έννοια των αριθμών. Αυτά τα δύο πρόβλήματα – της συμπεριληψής σε ομάδα και της διατήρησης – δεν είναι μόνο κεντρικής σημασίας για τις απόψεις του Piaget πάνω στην πρώιμη μαθηματική εκπαίδευση, αλλά επίσης έχουν γίνει τελευταία στόχος έντονης κριτικής. Και για τους δύο αυτούς λόγους είναι σημαντικό να τα εξετάσουμε λεπτομερώς.

Συμπερίληψη σε Ομάδα και Διατήρηση

Το πρόβλημα της συμπερίληψης σε ομάδα σχεδιάστηκε για να είναι μια δοκιμασία για την ικανότητα των παιδιών να συγκρίνουν ένα σύνολο με ένα υποσύνολό του - ή ένα όλο με ένα μέρος του όλου. Σε μια τυπική έκδοση του προβλήματος παρουσιάζεται στο παιδί μια συλλογή από ξύλινες χάντρες, που οι περιμεσότερες είναι καφέ και ορισμένες μόνο είναι άσπρες. Ρωτούν το παιδί: «Υπάρχουν πιο πολλές καφέ χάντρες ή ξύλινες;» Ο Piaget βγήκε ότι, γενικά, σε αυτή την ερώτηση τα παιδιά των έξι χρόνων, ή και λιγότερο, απαντούν πως υπάρχουν πιο πολλές καφέ χάντρες, φάνεται να μην συγκρίνουν το μέρος με το όλο, αλλά το ένα από τα μέρη με το άλλο. Μόνο όταν φτάσουν στην ηλικία των επτά περίπου χρόνων θ' απαντήσουν οίγωνα: «Πιο πολλές είναι οι ξύλινες χάντρες».

Ο Piaget ισχυριζόταν ότι η επίδοση των παιδιών κατά την προενοσιολογική περίοδο στο πρόβλημα της συμπερίληψης σε ομάδα είναι λογική ένδειξη των διανοητικών τους περιορισμών. Με λίγα λόγια, το επείγειμά του ήταν ότι το προενοσιολογικό παιδί είναι απλώς ανίκανο να συγκρίνει ένα σύνολο μ' ένα από τα υποσύνολά του. Σύμφωνα με τον Piaget, το παιδί μπορεί να εστιάσει την προσοχή του είτε στο σύνολο είτε στο υποσύνολο, αλλά δεν μπορεί ποτέ να τα λάβει υπόψη του και τα δύο συγχρόνως.

Ενώ το έργο της συμπερίληψης σε ομάδα έχει να κάνει αρχικά με τις λογικές ικανότητες του παιδιού, σχετίζεται επίσης, πάντα σύμφωνα με τον Piaget, και με το πώς τα παιδιά κατανοούν την έννοια των αδιθμών. Στο βιβλίο *The Child's Conception of Number* (Η Ενωσιολογική Σύλληψη των Αδιθμών από τα Παιδιά) (1952), ο Piaget ισχυρίζεται ότι η κατανόηση της συμπερίληψης σε ομάδα είναι μια βασική προϋπόθεση για την κατανόηση της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Υποστηρίζει (σ. 190) ότι τα παιδιά μπορεί να φαίνεται ότι καταβαίνουν τις λέξεις «Δύο κι έξι κάνουν οκτώ», αλλά δεν θα καταλάβουν τι σημαίνει αυτό έως ότου κατανοήσουν πως το σύνολο «οκτώ» μπορεί να χωριστεί στα υποσύνολά του «δύο» και «έξι» και μετά να επανασυνχωριθεί. Έτσι, σύμφωνα με τον Piaget, τα μικρά

παιδιά δεν μπορούν να κατανοήσουν πραγματικά την πρόσθεση και την αφαίρεση έως ότου επιλύσουν το πρόβλημα της συμπερίληψης σε ομάδα στα επτά τους περίπου χρόνια.

Το δεύτερο έργο που είναι κρίσιμο στη θεώρηση του Piaget για την πρώιμη μαθηματική σκέψη αφορά τη διατήρηση των αδιθμών. Σε μια τυπική έκδοση του γνωστού έργου της διατήρησης των αδιθμών, δείχνουν πρώτα στο παιδί δύο σειρές αντικειμένων. Αυτές οι σειρές συνήθως περιέχουν τον ίδιο αδιθμό αντικειμένων, και τοποθετούνται σε μια αντιστοιχία ένα-προς-ένα όπως παρακάτω:

O	O	O	O	O	O
X	X	X	X	X	X

Ρωτούν το παιδί αν υπάγχει ο ίδιος αδιθμός αντικειμένων σε κάθε σειρά: εάν το παιδί συμφωνήσει ότι είναι έτσι, τότε η δοκιμασία μπορεί να προχωρήσει. Η μια σειρά αντικειμένων μετατοπίζεται, έτσι ώστε οι δύο σειρές δεν έχουν πλέον το ίδιο μήκος, αλλά ο συνολικός αδιθμός των αντικειμένων σε κάθε σειρά παραμένει ο ίδιος (βλ. παρακάτω). Η μετροποίηση δείχνεται οληθώς στο παιδί από τον ενήλικα, που λέει κάτι όπως: «Δες τι κάννω τώρα».

O	O	O	O	O	O
X	X	X	X	X	X

Ο ενήλικος τότε επαναλαμβάνει την αρχική ερώτηση, ρωτώντας ξανά το παιδί αν υπάγχει ο ίδιος αδιθμός αντικειμένων σε κάθε σειρά. Εάν το παιδί συμφωνεί ακόμη ότι οι δύο σειρές περιέχουν τον ίδιο αδιθμό, τότε λέγεται ότι το παιδί «διατηρεί» τον αδιθμό. Διαφορετικά, λέγεται ότι το παιδί «δεν διατηρεί».

Ο Piaget βγήκε ότι παιδιά μικρότερα των επτά χρόνων δεν διατηρούν συνήθως τον αδιθμό. Έτσι, απαντούν σαν να πιστεύουν ότι η αλλαγή του μήκους της σειράς αλλάζει τον πληθικό της αδιθμό. Από την άλλη μεριά, παιδιά μεγαλύτερα των επτά χρόνων συμφωνούν συνήθως ότι οι δύο σειρές περιέχουν ακόμη τον ίδιο αδιθμό αντικειμένων παρόλη τη μεταβολή στο μήκος: η κρίση τους για τον αδιθμό φαίνεται να μην επηρεάζεται απ' αυτή την αλλαγή.

Τα έργα της διατήρησης του Piaget έχουν διερευνηθεί προσεκτικά από αναπτυξιακούς ψυχολόγους σε όλο τον κόσμο. Όμως, όπως θα δούμε αργότερα, πολλοί δεν δέχονται πλέον τα συμπεράσματα του Piaget. Παρόλ' αυτά, η γνώση της διατήρησης επηρεάζει ιδιαίτερα την πρώιμη μαθηματική εκπαίδευση, κι έχει χρησιμοποιηθεί από πολλούς δασκάλους ως μέτρο της προόδου της πρώιμης μαθηματικής ανάπτυξης των παιδιών.

Ο Piaget και η Μαθηματική Εκπαίδευση

Εκτός από τη θεωρία των «σταδίων», ο Piaget είχε επίσης σαφείς απόψεις για τον τρόπο που μαθαίνονται τα μαθηματικά – και συνεπώς πώς θα έπρεπε να διδάσκονται. Πολλά από τα γράπτά του είναι γεμάτα με την ορολογία του και είναι δύσκολο να κατανοηθούν, με μια μόνο σημειωτική εξαιρέση: ένα άρθρο που εμφανίστηκε στο περιοδικό *Scientific American* το 1953, όπου οι ιδέες του για τη μαθηματική εκπαίδευση παρουσιάζονται με μια ασυνήθιστη καθαρότητα. Αξίζει να μνημονεύσουμε ολόκληρες τις δύο πρώτες παραγράφους (σ. 74):

Είναι μεγάλο λάθος να θεωρούμε ότι ένα παιδί κατακτά τη γνώση των αριθμών και άλλες μαθηματικές έννοιες μόνο από τη διδασκαλία. Αντίθετα, κατά ένα μεγάλο βαθμό τις αναπτύσσει μόνο του, ανεξάρτητα και αυθόγητα. Όταν οι ενήλικες προσπαθούν να επιβάλουν μαθηματικές έννοιες σε ένα παιδί πρόωγα, η μάθηση του είναι καθαρά λεκτική. Η αληθινή κατανόηση αυτών των εννοιών συμβαδίζει με τη νοητική του μόνο ανάπτυξη.

Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητό μ' ένα απλό πείραμα. Ένα παιδί πέντε ή έξι χρόνων μπορεί να μάθει εύκολα από τους γονείς του να λέει τους αριθμούς από το 1 έως το 10. Αν βάλουμε 10 πέτρες σε μία σειρά, μπορεί να τις μετρήσει σωστά. Αλλά αν οι πέτρες ξαναποθετηθούν σε ένα πιο πολύπλοκο σχήμα ή αν συγκεντρωθούν όλες μαζί, δεν μπορεί πια να τις μετρήσει με μια συνεπή ακρίβεια. Αν και το παιδί ξέρει τα ονόματα των αριθμών, δεν έχει ακόμη κατανοήσει τη βασική ιδέα τους: δηλαδή ότι ο αριθμός των αντικειμένων σε μια ομάδα παραμένει ο ίδιος, «διαιρηγείται», ανεξάρτητα από το πώς είναι ανακατεμένα ή τακτοποιημένα.

Αυτές οι ενόητες περιέχουν διάφορες χαρακτηριστικές ιδέες του Piaget. Έτσι, εδώ βρίσκουμε τις αλληλεξαρτούμενες πεποιθήσεις

«ότι το να διδάξουμε τα παιδιά πην να είναι εννοιολογικά «έτοιμα» μπορεί να παύσει επιφανειακή μόνο μάθηση, ότι η αληθινή μάθηση έρχεται μόνο μαζί με τη νοητική ανάπτυξη του παιδιού, κι ότι οι μαθηματικές έννοιες σε μεγάλο βαθμό δεν προδούν να διδαστούν. Επίσης υπονοείται πώς η μάθηση των μαθηματικών δεν είναι ουσιαστικά διοκόλη, γιατί είναι κάτι που τα παιδιά, σε μεγάλο βαθμό, το κάνουν «ανεξάρτητα και αυθόγητα». Ακόμη, δίνεται εδώ μεγάλη σημασία στην ιδέα της διατήρησης. Ο Piaget υποστηρίζει ότι αν τα παιδιά δεν μπορούν να διατηρήσουν τον αριθμό, τότε δεν είναι ακόμη έτοιμα ν' αγγίσουν τη σχολική αριθμητική. Πράγματι, προτείνει ότι οι δασκάλοι δεν θα έπρεπε να εμπιστεύονται μια οποιαδήποτε εμφάνιση ικανότητας –όπως είναι η αριθμηση– που τα μικρά παιδιά φέρονται μαζί τους στο σχολείο: εάν τα παιδιά δεν είναι σε θέση να τη διατηρούν, τότε αυτή η εμφανής γνώση μοιάζει να είναι κυρίως λεκτική μάθηση αποστήθισης.

Πολλές απ' αυτές τις ιδέες του Piaget επαναλαμβάνονται σ' ένα μικρό άρθρο που έγραψε 20 χρόνια αργότερα, με τίτλο «Comments on Mathematical Education» («Σχόλια πάνω στη Μαθηματική Εκπαίδευση») (1973). Επανέλαβε εδώ την πεποίθησή του ότι η μάθηση των μαθηματικών δεν γίνεται με τη μετάδοση γνώσεων από το δάσκαλο στο μαθητή, και ξαναυπογράφηκε ότι η οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης έρχεται ως ένα φυσικό αποτέλεσμα της γενικότερης ανάπτυξης των λογικών ικανοτήτων του παιδιού. Τόνισε (σ. 85) ότι αυτή η «φυσική» μέθοδος μάθησης παραγματούμεται μέσω των δραστηριοτήτων του παιδιού και μέσω της ανακάλυψης: «Η πραγματική κατανόηση μιας γνώσης ή μιας θεωρίας προϋποθέτει το να ξαναεμφάνει αυτή τη θεωρία το υποκείμενο από μόνο του».

Ο Piaget ποτέ δεν εξήγησε λεπτομερώς πώς αυτές οι ιδέες θα μπορούσαν να εφαρμοστούν μέσα στην τάξη. Ωστόσο, τον εδημιύνησαν συνήθως ως υπέρμαχο μιας πολύ όψιμης εισαγωγής στον τυπικό συμβολισμό, με μια αντίστοιχη πρώιμη έμφαση στην εμπλοκή των παιδιών σε φυσικές δραστηριότητες με υλικά όπως η άμμος, το νερό, τα κομμάτια, οι χάντρες και τα τούβλα. Θεωρείται ότι το να γίνουν νερό από ένα δοχείο σ' ένα άλλο, ή να ταξινομηθούν αντικείμενα

σε σύνολα, θα βοηθήσει την ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών των παιδιών, κι ότι θα προωθήσουν στην τυπική σκέψη μόνο όταν είναι εννοιολογικά έτοιμα. Από πολλούς συνεχιστές του Piaget, ο γόλος του δασκάλου θεωρείται ότι είναι μη παρεμβατικός διανοητικά και σχετικά ασήμαντος: τα μαθηματικά δημιουργούνται βασικά από τα ίδια τα παιδιά.

Είναι ενδιαφέρον να συγκρίνουμε τις ιδέες του Piaget με την προώθηση και τολύ διαφορετική θεωρητική προσέγγιση του Αμερικανού μαθηβιολογιστή Edward Thorndike. Σύμφωνα με τον Thorndike (1922), η μάθηση της αριθμητικής είναι βασικά μια διαδικασια οργανισμίου δεσμών ανάμεσα σε ένα ερεθίσμα (π.χ. «δύο και δύο») και σε μια αντίδραση («τέσσερα»). Όπως και με άλλες απόψεις της μαθηβιολογικής θεωρίας, η πρακτική εξάσκηση που ακολουθείται από ανταμοιβή θεωρείται ο καλύτερος μηχανισμός με τον οποίο μάγοει να γίνει αυτή η σύνδεση. Έτσι, ξητούσαν από τα παιδιά να επαναλάβουν προτάσεις όπως «Δύο και δύο κάνουν τέσσερα» έως ότου τις μάθαιναν αρι έξω. Η ενλόγω θεωρία παίρνει πολύ λίγο υπόψη της το επίπεδο της εννοιολογικής ανάπτυξης του παιδιού: αυτό που απαιτείται είναι η δυνατότητα να σχηματιστούν στον εγκέφαλο του παιδιού δεσμοί τέτοιου είδους. Όπως δήλωσε ο Thorndike (σ. XI):

Οι σκοποί της στοιχειώδους εκπαίδευσης, όταν θα έχουν καθοριστεί πλήρως, θα αποδειχτούν ότι είναι η παραγωγή μεταβολών στην ανθρώπινη φύση που αναπαριστώνται με μια αναξιόμητη λίστα συνδέσεων ή δεσμών μέσω των οποίων ο μαθητής σκέφτεται ή αισθάνεται ή ενεργεί με συγκεκριμένους τρόπους ως αντίκριση στις καταστάσεις που έχει οργανώσει το σχολείο και έχει επηρεαστεί να σκέφτεται, να αισθάνεται και να δρα παρόμοια σε αντίστοιχες καταστάσεις όταν τις αντιμετωπίζει στη ζωή έξω από το σχολείο.

Είναι εύκολο να δούμε πόσο ελαστικές μοτορούν να γίνουν οι θεωρίες του Piaget στους εκπαιδευτικούς, τους ατογοποιημένους από τις παραδοσιακές μεθόδους όπως αυτές που υποστηρίζονται από τον Thorndike. Συγκεκριμένα, η άποψη του Piaget του ενεργού γόλου που τα ίδια τα παιδιά παίζουν στη δόμηση της γνώσης τους, μαζί με την ανάγκη να πάγει υπόψη του το επίπεδο και τη φύση των δικών τους εννοιολογικών δομών, έρχεται σε πλήρη αντίθεση με τις

θεωρίες μαθηβιολογιστών όπως του Thorndike. Έτσι, προοδευτικοί και άλλοι επικαλούνται ευρέως τις θεωρίες του Piaget, στην προστάδια τους να αναπτύξουν νέες προσεγγίσεις στα μαθηματικά που στηρίζονται στην ανακάλυψη και στη δραστηριοποίηση.

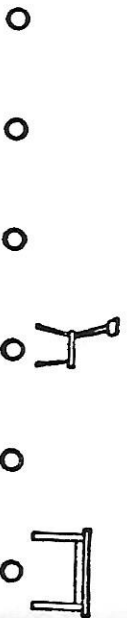
Στη Βρετανία, σήμερα, οι ιδέες του Piaget έχουν ακόμη επίδραση, ιδιαίτερα ανάμεσα σ' εκείνους που εργάζονται με παιδιά της προσχολικής ηλικίας (τριών έως πέντε χρόνων) και με παιδιά του Νηπιαγωγείου (πέντε με έξι χρόνων). Για παράδειγμα, θεωρείται γενικά ότι οι «παιχνεικές» δραστηριότητες που περιλαμβάνουν φυσικούς χειρισμούς συγκεκριμένων αντικειμένων—όπως η αντιστοίχιση αντικειμένων σε μια βάση ένα-προς-ένα και η ταξινόπιση τους σε σύνολα—αποτελούν τις κατάλληλες μαθηματικές δραστηριότητες για αυτά τα μικρά παιδιά. Για μεγαλύτερα παιδιά, η επιρροή του Piaget μειώνεται. Όπως έχουμε ήδη δει, υπάγχει μια διάσταση ατοθμια στα Δημοτικά σχολεία στη Βρετανία να χρησιμοποιήσουν μεθόδους δραστηριοποίησης—και ανακάλυψης—, και, αντίθετα, εστιάζονται στα βασικά της τυπικής αριθμητικής. Το ίδιο φαίνεται να ισχύει και στις Ηνωμένες Πολιτείες και αλλού. Πραγματικά, θα ήταν σωστό να πούμε ότι αυτή την εποχή οι γνήσιες παιδαγωγικές τάξεις σταπίζουν.

Έρευνες που κάνουν Κριτική στα Έργα του Piaget σχετικά με τον Αριθμό

Ίδιό και μερικά χρόνια, οι ψυχολόγοι, και στη Βρετανία και στο εξωτερικά, αναφέδουν ευρήματα που αμφισβητούν ορισμένες απόψεις της θεωρίας του Piaget (π.χ. Bryant, 1974· Donaldson, 1978· Gelman & Gallistel, 1978). Πολλές από αυτές τις έρευνες έχουν εστιαστεί στα λόγια που ο Piaget χρησιμοποίησε για να εκτιμήσει το στάδιο ανάπτυξης των παιδιών. Πολλοί ψυχολόγοι συμμαερίζονται την πεποίθηση ότι η αστοχία των παιδιών σε ορισμένα από αυτά τα έργα θα ήταν δυνατό να οφείλεται σε άλλους παράγοντες παρά στην έλλειψη ικανότητας. Συγκεκριμένα, υπάγχει η αίσθηση ότι τα έργα του Piaget δεν έκαθαρίζουν αρκετά τι υποτίθεται ότι πρέπει να κάνουν τα παιδιά.

Τα δύο έργα που έχουν περιγραφεί προηγουμένως –συμπλεγμένη σε ομάδα και διατήρηση– είναι ανάμεσα σ' εκείνα που έχουν προσελκύσει αυτού του είδους την προσοχή. Πρόσφατα έχουν γίνει διάφορες έρευνες που δείχνουν ότι τα μικρά παιδιά μπορούν, κάτω από ορισμένες συνθήκες, να επαρκούν σ' αυτά τα έργα. Δύο ιδιαίτερα προσεγμένες έρευνες έγιναν στο Εδιμβούργο από τον James McGarrigle, ένα μαθητή μου, τη δεκαετία του 1970.

Ο McGarrigle διερεύνησε το έργο της συμπλεγμένης σε ομάδα. Δεν αντιτάχθηκε στον ισχυρισμό του Piaget ότι τα παιδιά κάτω των επτά χρόνων απαντούν χαδακρηγιστικά σ' αυτό το έργο συγκρίνοντας τα δύο υποσύνολα (στο παράδειγμα που δόθηκε παραπάνω, τις καφέ χάντρες με τις ξύλινες), παρό μάλιστα του δόθηκε παραπάνω, το σύνολο (τις καφέ χάντρες με τις ξύλινες), όπως τους ζητήθηκε. Παρόλ' αυτά, ο McGarrigle έστρεψε κριτικά στην εξήγηση του Piaget ότι τα μικρά παιδιά ενεργούν έτσι γιατί τους λείπει η εννοιολογική ικανότητα να κάνουν διαφορετικά. Αντίθετα, πίστευε ότι τα παιδιά παρεξηγούν το πρόβλημα, κι έτσι εκτελούν ένα έργο διαφορετικό από αυτό που θα έπρεπε να εκτελέσουν.



ΣΧΗΜΑ 2.1. Τα βήματα που έκανε το αγκουδάκι (από Donaldson, 1978, σ. 45, copyright 1978 ©, από τη Margaret Donaldson. Με την άδεια των W.W. Norton & Co. Inc.).

Ο McGarrigle επινόησε ορισμένα πειράματα για να κάνει τη διάκριση ανάμεσα στις δύο αυτές εξηγήσεις. Το ένα συμπλεγμάδιβανε ένα αγκουδάκι, ένα σύνολο επιπέδων βαθμίδων, μια καρέκλα κι ένα τραπέζι στο μέγεθος του αγκουδάκι. Τοποθετήθηκαν δε αυτά με τέτοιο τρόπο, ώστε υπήρχαν τέσσερις βαθμίδες που οδηγούσαν από το αγκουδάκι στην καρέκλα, και ακόμη δύο βαθμίδες από την καρέκλα στο τραπέζι (βλ. Σχήμα 2.1). Ο McGarrigle είπε στα παιδιά ότι οι

βαθμίδες ήταν «βήματα» πάνω στα οποία περπατούσε το αγκουδάκι, είτε προς την καρέκλα του είτε προς το τραπέζι του. Έπειτα έκανε στα παιδιά ερωτήσεις παρόμοιες μ' αυτές που γίνονται στο έργο της συμπλεγμένης σε ομάδα για παράδειγμα: «Είναι πιο πολλά τα βήματα για να πάει στην καρέκλα, ή πιο πολλά τα βήματα για να πάει ως το τραπέζι;» Ο McGarrigle βρήκε ότι πάνω από τα δύο τρίτα μιας ομάδας παιδιών ηλικίας τριών έως πέντε χρόνων απάντησαν ομοιά στην ερώτηση – ένα ποσοστό πολύ υψηλότερο από αυτό που βρισκεί κανείς με τα τυπικά έργα της συμπλεγμένης σε ομάδα. Ο McGarrigle συμπέρανε ότι η εμμονή του έργου από το παιδί είναι τεράστιας σημασίας στην εκτίμηση της επίδοσής του. (Τα πειράματα βλ. McGarrigle, Grieve & Hughes, 1978).

Αυτό το σημείο τονίστηκε ακόμη περισσότερο σε μια άλλη έρευνα που έκανε ο McGarrigle, με την Donaldson αυτή τη φορά (McGarrigle & Donaldson, 1974). Η έρευνά τους εστιάστηκε στο έργο της διατήρησης των αριθμών του Piaget. Θα θυμάστε ότι στην αρχική έκδοση του έργου το παιδί πρώτα συμφωνεί ότι οι δύο σειρές αντικειμένων που είναι τοποθετημένες σε μια αντιστοιχία ένα-προς-ένα περιέχουν τον ίδιο αριθμό αντικειμένων. Ο ενήλικος έπειτα επανειληφθεί τη διάταξη σκόπιμα κι επαναλαμβάνει την ερώτηση. Στους παραπάνω όμως έρευνες φάνηκε ότι η σκόπιμη επαναδιατύπωση δείχνει ίσως στα παιδιά ότι κάτι σημαντικό έχει αλλάξει, κι ότι θα έπρεπε έτσι κι αυτά ν' αλλάξουν την απάντησή τους.

Οι McGarrigle και Donaldson επινόησαν έναν ενδολακτικό τρόπο παραουσίωσης, στον οποίο η μεταβολή της διάταξης γνώσαν φαινομενικά τυχαία. Αυτό έγινε με την «επιτάχηση» της βοήθειας ενός «άτυχου Αγκουδάκι» –που στην πραγματικότητα τον χειριζόταν ο ενήλικος– που έβγαινε από ένα κουτί και ανακάλυπτε τον παιχνίδι. Μια συστηματική έρευνα έδειξε ότι πολύ περισσότερο συχνά διατηρούσαν τον αριθμό όταν η μεταβολή γνώσαν «τυχαία» από τον άτυχο Αγκουδάκι απ' ότι στην τυπική παραουσίαση του έργου, υποστηρίχοντας έτσι την εξήγηση των McGarrigle και Donaldson παρά αυτήν του Piaget. Κι άλλες έρευνες επίσης (π.χ. από τους Dockrell, Camp-

bell & Neilson, 1980) υποστηρίζουν τον ισχυρισμό των McGarrigle και Donaldson.

Περισσότερες μαρτυρίες ότι τα πολύ μικρά παιδιά κατανοούν το μεταβλητό των αριθμών – δηλαδή ότι ο αριθμός δεν αλλάζει υποδουλειά της Rochel Gelman και των συνεργατών της στην Αμερική (Gelman & Gallistel, 1978). Πολλές από τις μαρτυρίες της Gelman προκύπτουν από έξι ερωτήσεις που χρησιμοποιούν το ιδιοφύες της «μαγκών» παιχνιδιού. Σ' αυτό το παιχνίδι τα παιδιά αναπτύσσουν μια προοπτική ανάσχεση. Η διάταξη έπειτα αλλάζει στα κρυφά («μαγικά») μ' έναν από τους παρακάτω τρόπους: στη μια συνθήκη τα αντικείμενα απλά επαναδιαθετούνται, ενώ στη δεύτερη προστίθενται ή αφαιρούνται αντικείμενα από τη διάταξη. Και στις δύο περιπτώσεις η αντίδραση των παιδιών στην αλλαγή της διάταξης σημειώνεται πειραματικά. Στη βάση των ερωτήσεων, η Gelman ισχυρίζεται ότι παιδιά τόσο μικρά όσο αυτά των τριών χρόνων κατανοούν το μεταβλητό των μικρών αριθμών – δηλαδή όταν παρουσιάζονται στη διάταξη τρία ή λιγότερα αντικείμενα. Μοιάζουν να κατάλαβάνουν ότι η μετατόπιση των αντικειμένων σε μια τέτοια διάταξη δεν επηρεάζει το πλήθος τους με τον τρόπο που τον επηρεάζει η πρόσθεση ή η αφαίρεση αντικειμένων.

Οι έξι ερωτήσεις που μόλις περιγράψαμε δείχνουν πως παιδιά που βολικονομούν στο «παιχνίδι» στάδιο του Piaget είναι πολύ πιο αμφοβήτητα τις απόμενες του για την πρόκληση μαθηματική εκπαιδευτική, η οποία, όπως είδαμε, στηρίζεται στην πεποίθηση ότι τα προεννοιολογικά παιδιά έχουν μια ανεπαρκή έννοια των αριθμών. Επιπλέον, οι παραπάνω έξι ερωτήσεις μας λένε κάτι ακόμη: συγκεκριμένα, η Donaldson (1978) έχει υποστηρίξει ότι δείχνουν μια σημαντική ιδιότητα της σκέψης των παιδιών.

«Ενοσωματωμένη» και «μη Ενοσωματωμένη» Σκέψη

Η Donaldson ισχυρίζεται ότι και τα δύο παιδικά έργα που συζητήσαμε παραπάνω – συμπεριλαμβανομένης σε ομάδα και διατήρηση – συμπεριλαμβανομένης τη γλώσσα μ' έναν ιδιαίτερο τρόπο. Για να επιτύχουν σ' αυτά τα έργα, τα παιδιά πρέπει να παρακολουθήσουν προσεκτικά τη γλώσσα που χρησιμοποιεί ο ενήλικος. Και στα δύο έργα, το πρόβλημα που τίθεται από τον ενήλικο δεν συμβαδίζει με τη φυσική ερμηνεία της κατάστασης από το παιδί. Έτσι, στο έργο της συμπεριλαμβανομένης σε ομάδα τα παιδιά τείνουν να εστιάζουν την προσοχή τους στις διαφορές που αντιλαμβάνονται ανάμεσα στις υποομάδες, ενώ η διατήρηση του προβλήματος απαιτεί να εστιαστούν στη διάκριση ανάμεσα στην υποομάδα και στη συνολική ομάδα. Ομοίως, στο έργο της διατήρησης οι ενέργειες του ενήλικου υπονοούν ότι μια συγκεκριμένη ερμηνεία του προβλήματος είναι η κατάλληλη, ενώ η ερώτηση καθιστά τον θέμα στα παιδιά απαιτεί μια διαφορετική ερμηνεία.

Η Donaldson ισχυρίζεται ότι και τα δύο προβλήματα απαιτούν αυτό που ονομάζει «μη ενσωματωμένη» σκέψη: το παιδί πρέπει να αντιλαμβάνεται τη γλώσσα που χρησιμοποιεί ο ενήλικος ανεξάρτητα από το πλαίσιο μέσα στο οποίο χρησιμοποιείται. Το παιδί πρέπει να προσέχει τις ιδιότητες λέξεις. Αυτό, ισχυρίζεται η Donaldson, είναι ιδιαίτερα δύσκολο όχι μόνο για μικρά παιδιά, αλλά και για μεγαλύτερα παιδιά και ενήλικους. Κατά τη Donaldson, η σκέψη που είναι «ενσωματωμένη» σ' ένα πλαίσιο που έχει νόημα προκύπτει σχετικά εύκολα. «Πάντως, όταν πηγαίνουμε πίσω από τα όρια της ανθρώπινης αντίληψης, υπάγεται μια δραματική διαφορά» (σ. 76).

Πολλές από τις ιδέες της Donaldson σχετίζονται με τα προβλήματα μάθησης των μαθηματικών. Όπως θα δούμε στο Τέταρο Κεφάλαιο, ένα κύριο χαρακτηριστικό μεγάλου μέρους των μαθηματικών που διδάσκονται στο σχολείο έχει να κάνει με το ότι είναι σχετικά «μη ενσωματωμένα» στο άμεσο πλαίσιο. Σ' αντίθεση με τον Piaget, οι εκπαιδευτές της Donaldson προβλέπουν ότι έτσι τα παιδιά θα έχουν μεγάλη δυσκολία στη μάθηση των μαθηματικών *όποτε κι αν τα διδάχθουν*.

Έχει Σχέση ο Piaget;

Στη θεωρία του Piaget υπάρχει μία επιπλέον κριτική: έχει υποστηριχτεί ότι η θεωρία του είναι λάθος, αλλά ότι δεν έχει άμεση σχέση γ' αυτούς που επιχειρούν ν' αντιμετωπίσουν τις πραγματικές δυσκολίες των παιδιών στην εξμάθηση των μαθηματικών. Η θεωρία του Piaget, με άλλα λόγια, δεν μπορεί ούτε να προβλέψει το είδος των δυσκολιών που είδαμε στο Πρόφο Κεράλαιο, ούτε να προσφέρει συγκεκριμένη βοήθεια στην αντιμετώπισή τους. Πραγματικά, θα μπορούσε κανείς εύκολα να εγμηνώσει ότι λείπει πως η μάθηση των μαθηματικών δεν είναι μια βασικά δύσκολη δουλειά, εφόσον βλέπει τις μαθηματικές έννοιες να αναπτύσσονται σε μεγάλο βαθμό «ανεξάρτητα και αυθόρμητα».

Μια πλeusά αυτής της κριτικής είναι ότι οι ιδέες του Piaget είναι απλώς πολύ πολύπλοκες, και σε ορισμένες περιπτώσεις πολύ σκοτεινές για να είναι χρήσιμες. Συγγά υποστηρίζουν, αν και κάπως αστεειώμενοι, ότι η θεωρία του δεν μπορεί ποτέ να αποδειχτεί καθώς μπορεί πάντα να χρησιμοποιεί ένα μέτρος της θεωρίας του για να εξηγήσει οποιαδήποτε ένδειξη θέτει σε αμφισβήτηση ένα άλλο μέτρος. Όπως επιστημαίνουν οι Guy Grosen και Carolyn Kieran (1983, σ. 352), «[...] η θεωρία του Piaget είναι τόσο υπονοούμενη, διφορούμενη και ανοιχτή σε παρερμηνείες [...] πως έχει απλώς μπει στην άκρη προς αναζήτηση ενός πιο εύχρηστου πλαισίου».

Οι Grosen και Kieran θεωρούν επίσης σημαντικό ότι τα έργα που ανέπτυξε ο Piaget για να ερευνησει τη σχέση των παιδιών - και τα έργα ακόμη που αφορούν ειδικά τον αριθμό - μπορεί να μην έχουν ιδιαίτερη σχέση για την κατανόηση των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν με τα σχολικά μαθηματικά. Εξάλλου, κι ο ίδιος ο Piaget σχεδόν το παραδέχεται όταν υποστηρίζει ότι η διατήρηση και η συμπειληψη σε ομάδα δεν είναι πραγματικά μαθηματικές αλλά λογικές ιδέες. Όπως επιστημαίνουν οι Grosen και Kieran (ό.π., σ. 360), «η διατήρηση και η αντιστρεψιμότητα προσέχονται από επιστημολογικές περιπτώσεις, παρά από ψυχολογικές νύξεις. Αναπτύχθηκαν μάλλον από τυπικές θεωρήσεις της δομής της γνώσης, παρά από κάποια θεωρία της σχέσης των παιδιών». Αυτό συνεπάγεται ότι θ' αποκτήσουμε μια κα-

λήπηση κατανόηση του γιατί τα παιδιά βρίσκουν τα σχολικά μαθηματικά δύσκολα εάν δούμε πώς λύνουν προβλήματα που μοιάζουν περισσότερο με τα προβλήματα που καλούνται να λύσουν στο σχολείο.

Παραγλώτωση

Οι απόψεις του Piaget για την εκπαίδευση περιλαμβάνουν αξιοθαύμαστες γενικές αρχές για την ανάγκη των παιδιών να κατανοήσουν τη μάθειαν με τους δικούς τους όρους. Πολλοί λόγοι θα ήθελα να δίσουν σε αμφισβήτηση αυτή την πλeusά της θεωρίας του Piaget. Κατόπιο η θεωρία του επιδέχεται ορισμένες πιο σοβαρές κριτικές. Υποστηρίζεται ότι έχει υποτιμήσει τις ικανότητες των μικρών παιδιών, ότι έχει αγνοήσει το πλαίσιο μέσα στο οποίο λαμβάνει χώρα η μάθηση (και ιδιαίτερα τη σχέση ανάμεσα στο πλαίσιο και στη γνώση που χρησιμοποιείται στα έργα του), κι ότι οι απόψεις του πάνω στην εκπαίδευση, αν και είναι ελκυστικές, δεν είναι εντόπιους σταθερές για να κατανοήσουμε τις δυσκολίες που βιώνουν τα παιδιά στη μάθηση των σχολικών μαθηματικών.

Αυτές οι κριτικές στον Piaget δεν υπονοούν μόνο πως είναι αναγκαία μια καινούργια προσέγγιση, αλλά μας δίνουν επίσης και ορισμένες νύξεις για το πώς να ξεκινήσουμε. Προτείνουν ότι θα έπρεπε να επανεξετάσουμε τις ικανότητες που έχουν τα παιδιά πριν αρχίσουν το σχολείο, γιατί τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας είναι κυρίως εκείνα που έχουν υποτιμηθεί περισσότερο. Προτείνουν επίσης ότι θα έπρεπε ν' απομακρυνθούμε από τα παραδοσιακά παιδικά έργα της συμπειληψης σε ομάδα και της διατήρησης, και, αντίθετα, να εξετάσουμε τις ικανότητες που σχετίζονται περισσότερο με το είδος των μαθηματικών που μαθαίνουν τα παιδιά στο σχολείο. Τέλος, προτείνουν ότι θα έπρεπε να επινοήσουμε έργα που έχουν νόημα για τα μικρά παιδιά, έτσι ώστε να μπορούμε να εξετάσουμε τις δυνατότητές τους μάλλον, παρά τις αδυναμίες τους - αυτά μάλλον που προφανώς να κάνουν, παρά αυτά που δεν μπορούν. Εάν αποκτήσουμε μια σαφέστερη εικόνα του τι όντως ξέχουν τα παιδιά για τους αριθμούς όταν ξεκινούν το σχολείο, θα είμαστε ένα βήμα πιο κοντά στο να κατανοήσουμε τι δεν πάει καλά στη συνέχεια.