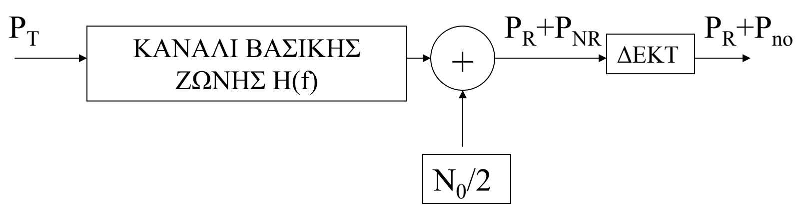
# ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΑ ΑΝΑΛΟΓΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΒΙΒΑΣΗΣ ΣΗΜΑΤΟΣ

## Προσθετικός Λευκός Gaussian Θόρυβος

## (Additive White Gaussian Noise-AWGN)

### ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΕ ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΒΑΣΙΚΗΣ ΖΩΝΗΣ (ΣΤΑΘΕΡΗ ΤΗΛΕΦΩΝΙΑ)




Ισχύς του θορύβου στην έξοδο του δέκτη (τηλεφώνου)

$$P_{n_o} = \int_{-W}^{+W} \frac{N_0}{2} df = N_0 W$$

Λόγος Σήματος προς Θόρυβο στον προορισμό

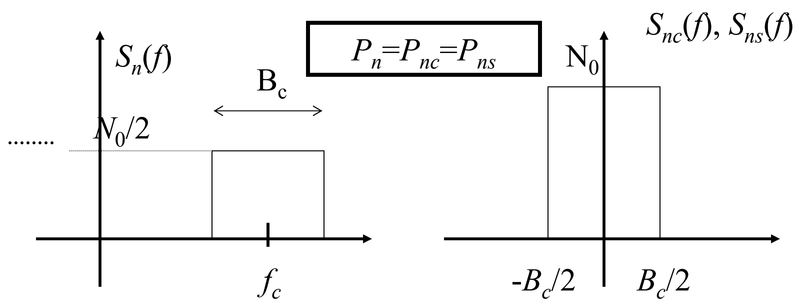
$$\left(\frac{S}{N}\right)_b = \frac{P_R}{N_0 W}$$

## ΛΕΥΚΟΣ GAUSSIAN ΘΟΡΥΒΟΣ ΖΩΝΟΠΕΡΑΤΟΥ ΚΑΝΑΛΙΟΥ ($f_c$,$B_c$)

Αποτελείται από δύο ορθογώνιες μεταξύ τους συνιστώσες:

$$n(t)=n_c(t)\cos(2\pi f_c t) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t)$$

όπου τα $n_c(t)$ και $n_s(t)$ είναι τυχαία σήματα, με Gaussian κατανομή, μεταξύ τους ασυσχέτιστα, με φάσμα σταθερής πυκνότητας $N_0$ για συχνότητες $-B_c/2<=f<= B_c/2$




### Επίδραση του Θορύβου σε DSB-SC AM

$$\boxed{u(t)=A_c m(t)\cos(2\pi f_c t+\varphi_c)}$$

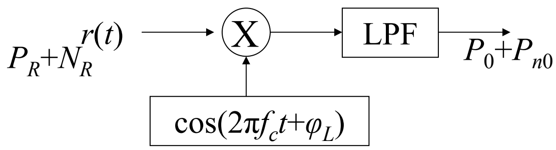
$$r(t) = u(t) + n(t) =$$
$$A_c m(t)\cos(2\pi f_c t + \phi_c) + n_c(t)\cos(2\pi f_c t + \phi_n) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t + \phi_n)$$

Στην συνέχεια, για συντόμευση των πράξεων,

δεχόμαστε ότι ισχύει $\varphi_n=\varphi_c$.

$$r(t) = \left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos(2\pi f_c t + \phi_c) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t + \phi_c)$$

$$r(t) = \left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos\left(2\pi f_c t + \phi_c\right) - n_s(t)\sin\left(2\pi f_c t + \phi_c\right)$$




$$r(t)\cos\left(2\pi f_c t + \phi\right) = \left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos\left(2\pi f_c t + \phi_c\right)\cos\left(2\pi f_c t + \phi_L\right) +$$
$$- n_s(t)\sin\left(2\pi f_c t + \phi_c\right)\cos\left(2\pi f_c t + \phi_L\right) =$$
$$= \frac{1}{2}\left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos\left(\phi_c - \phi_L\right) + \frac{1}{2}\left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos\left(4\pi f_c t + \phi_c + \phi_L\right) -$$
$$- \frac{1}{2} n_s(t)\sin\left(\phi_c - \phi_L\right) - \frac{1}{2} n_s(t)\sin\left(4\pi f_c t + \phi_c + \phi_L\right)$$

Από το LPF διέρχονται μόνο οι συνιστώσες χαμηλής συχνότητας και στην έξοδο λαμβάνεται το σήμα :

$$y(t) = \left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos\left(\phi_c - \phi_L\right) - \frac{1}{2} n_s(t)\sin\left(\phi_c - \phi_L\right)$$

$$y(t) = \left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos\left(\phi_c - \phi_L\right) - \frac{1}{2} n_s(t)\sin\left(\phi_c - \phi_L\right)$$

Αν $\varphi_c = \varphi_L$ (Χρήση PLL)

$$y(t) = \frac{1}{2}\left[A_c m(t) + n_c(t)\right]$$

$$P_o = \frac{A_c^2}{4} P_m \qquad P_{n_o} = \frac{1}{4} P_{n_c} = \frac{1}{4} P_n$$

<u>Ισχύς του θορύβου στην είσοδο του δέκτη</u>

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{S}_n(f)\,df = \frac{N_0}{2} \times 4W = 2WN_0$$

<u>SNR στον Προορισμό</u>

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o_{\text{DSB}}} = \frac{P_o}{P_{n_o}} = \frac{\frac{A_c^2}{4} P_m}{\frac{1}{4} 2WN_0} = \frac{A_c^2 P_m}{2WN_0} \quad \left(\frac{S}{N}\right)_{o_{\text{DSB}}} = \frac{P_R}{N_0 W} = \left(\frac{S}{N}\right)_b$$

$$y(t) = \frac{1}{2}\left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos(\phi_c - \phi_L) - \frac{1}{2}n_s(t)\sin(\phi_c - \phi_L)$$

Αξίζει να διερευνηθεί τι συμβαίνει όταν $\varphi_c \pm \varphi_L$. Τότε το σήμα y(t) γράφεται:

$$y(t) = \frac{1}{2}A_c m(t)\cos(\phi_c - \phi_L) + \frac{1}{2}\left[n_c(t)\cos(\phi_c - \phi_L) - n_s(t)\sin(\phi_c - \phi_L)\right]$$

Οπότε η ισχύς, $P_0$, του σήματος στην έξοδο του δέκτη

$$P_0 = \frac{1}{4}A_z^2 P_m \cos^2(\phi_c - \phi_L)$$

και η ισχύς, $P_{n0}$, του θορύβου στην έξοδο του δέκτη

$$P_{n0} = \frac{1}{4}\left[P_{nc}\cos^2(\phi_c - \phi_L) + P_{ns}\sin^2(\phi_c - \phi_L)\right]$$

και επειδή $P_{nc}=P_{ns}=P_n=2WN_0$

$$P_{n0} = \frac{1}{2}N_0 W$$

Όταν λοιπόν $\varphi_c \pm \varphi_L$.

$$P_0 = \frac{1}{4}A_z^2 P_m \cos^2(\phi_c - \phi_L)$$

$$P_{n0} = \frac{1}{2}N_0 W$$

Παρατηρούμε ότι η ισχύς του θορύβου στην έξοδο του δέκτη παραμένει αμετάβλητος ενώ η ισχύς του σήματος ελαττώνεται με την αύξηση της διαφοράς ($\varphi_c - \varphi_L$)

Τελικά αποδεικνύεται ότι ποιότητα λήψης καταλήγει σε

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o\mathrm{DSB}} = \left(\frac{S}{N}\right)_b \cos^2(\phi_c - \phi_L)$$

και γίνεται απόλυτα φανερή η ανάγκη καλής λειτουργίας του PLL

## ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ SSB

Η ανάλυση είναι ανάλογη της περίπτωσης του DSB.

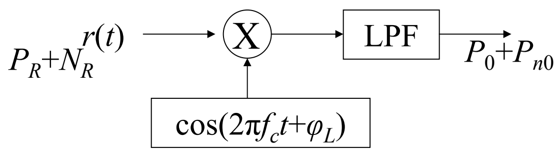
Αλγεβρική Εξίσωση Σήματος SSB (USSB/LSSB)

$$u(t) = A_c m(t)\cos(2\pi f_c t + \phi_c) \pm A_c \hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t + \phi_c)$$

Σήμα και Θόρυβος στην Είσοδο του Δέκτη

$$r(t) = \left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos(2\pi f_c t + \phi_c) + \left[A_c \hat{m}(t) - n_s(t)\right]\sin(2\pi f_c t + \phi_c)$$

Σύμφωνη Αποδιαμόρφωση




Στην Έξοδο του Δέκτη (μετά το LPF)

$$y(t) = \frac{1}{2}\left[A_c m(t) + n_c(t)\right]\cos(\phi_c - \phi_L) - \frac{1}{2} n_s(t)\sin(\phi_c - \phi_L)$$

Αν $\varphi_c = \varphi_L$ (Χρήση PLL)

$$y(t) = \frac{1}{2}[A_c m(t) + n_c(t)]$$

Ισχύς Σήματος στην Έξοδο του Δέκτη

$$P_o = \frac{A_c^2}{4} P_m$$

Ισχύς Θορύβου στην Έξοδο του Δέκτη

$$P_{n0} = \frac{1}{4} P_{nc} = \frac{1}{4} P_n = \frac{1}{4} N_0 B_c = \frac{1}{4} N_0 W$$

Ισχύς Σήματος SSB στην Είσοδο του Δέκτη

$$P_R = P_U = A_c^2 P_m$$

Ποιότητα Σήματος στην έξοδο του Δέκτη

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o\mathrm{SSB}} = \left(\frac{P_r}{N_0 W}\right) = \left(\frac{S}{N}\right)_b$$

**Επίδραση του Θορύβου σε Συμβατικό ΑΜ**

Αλγεβρική Εξίσωση Σήματος ΑΜ

$$u(t) = A_c[1 + a m_n(t)] \cos 2\pi f_c t$$

Σήμα ΑΜ Υποβαθμισμένο από το Θόρυβο Καναλιού

$$r(t) = [A_c[1 + a m_n(t)] + n_c(t)] \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

Μετά από Σύμφωνη Αποδιαμόρφωση

$$y_l(t) = \frac{1}{2}\left[A_c[1 + a m_n(t)] + n_c(t)\right]$$

Μετά από Σύμφωνη Αποδιαμόρφωση

$$y_l(t) = \frac{1}{2}\Big[A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)\Big]$$

Ισχύς Σήματος ΑΜ στην Είσοδο του Δέκτη

$$P_R = \frac{A_c^2}{2}\left[1 + a^2 P_{m_n}\right]$$

SNR στον Προορισμό

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o_{\text{AM}}} = \frac{\frac{1}{4}A_c^2 a^2 P_{m_n}}{\frac{1}{4}P_{nc}} = \frac{A_c^2 a^2 P_{m_n}}{2N_0W} = \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}} \frac{\frac{A_c^2}{2}[1 + a^2 P_{m_n}]}{N_0W}$$

$$= \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}} \frac{P_R}{N_0W} = \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}} \left(\frac{S}{N}\right)_b$$

**ΦΩΡΑΣΗ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΥΣΑΣ**

Σήμα ΑΜ Υποβαθμισμένο από το Θόρυβο Καναλιού

$$r(t) = [A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)] \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

Εξίσωση Περιβάλλουσας

$$V_r(t) = \sqrt{[A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)}$$

Αν Ισχύει

$$P\Big(n_s(t) \ll A_c[1 + am_n(t)]\Big) \approx 1$$

Ισχύει Επίσης

$$V_r(t) \approx A_c[1 + am_n(t)] + n_c(t)$$

<u>Οπότε</u>

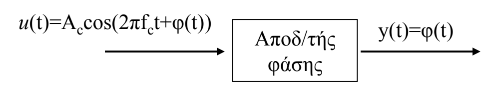
$$y(t) = A_c a m_n(t) + n_c(t)$$

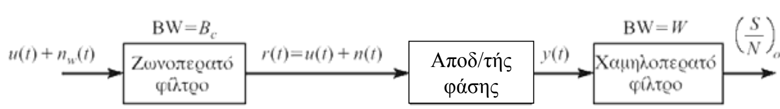
$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o_{AM}} = \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}} \left(\frac{S}{N}\right)_b$$

**Όμως με την επιφύλαξη ότι το SNR στην είσοδο του αποδιαμορφωτή είναι αρκούντως μεγάλο. (βλέπε κατώφλι)**

**ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ**

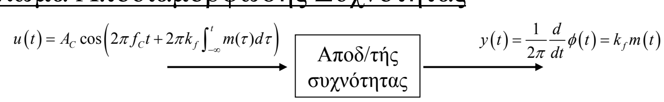
**ΒΑΣΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΕΝΟΣ ΔΕΚΤΗ PM**

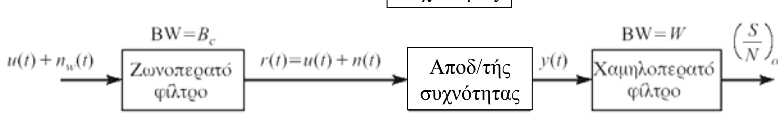


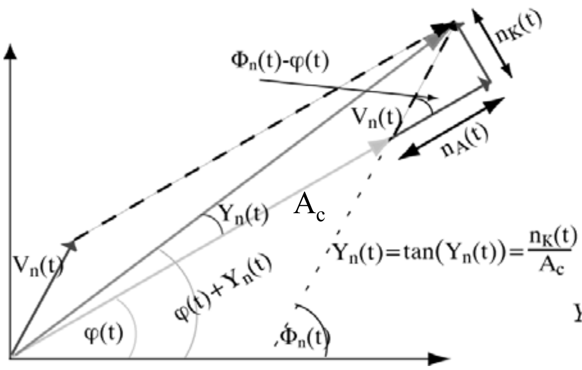

**ΒΑΣΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΕΝΟΣ ΔΕΚΤΗ FM**

<u>Κύκλωμα Αποδιαμόρφωσης Συχνότητας</u>



## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΦΑΣΕΩΝ FM



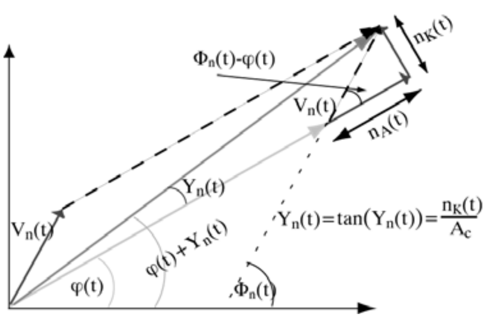

$$\phi(t) = \begin{cases} k_p m(t), & \text{PM} \\ 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)\, d\tau, & \text{FM} \end{cases}$$

$n_K(t)=V_n(t)\sin(\Phi_n(t)-\varphi(t))$

$$Y_n(t) \;=\; \frac{V_n(t)}{A_c}\sin(\Phi_n(t)-\phi(t))$$

$$y(t) \;=\; \begin{cases} k_p m(t) + Y_n(t), & \text{PM} \\ k_f m(t) + \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}Y_n(t), & \text{FM} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} k_p m(t) + \frac{V_n(t)}{A_c}\sin(\Phi_n(t)-\phi(t)), & \text{PM} \\ k_f m(t) + \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\frac{V_n(t)}{A_c}\sin(\Phi_n(t)-\phi(t)), & \text{FM} \end{cases}$$



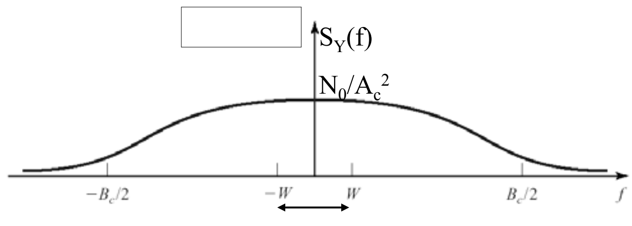

$$Y_n(t) \;=\; \frac{V_n(t)}{A_c}\sin(\Phi_n(t)-\phi(t)) \;=$$

$$= \frac{1}{A_c}[V_n(t)\sin\Phi_n(t)\cos\phi(t) - V_n(t)\cos\Phi_n(t)\sin\phi(t)]$$

$$= \frac{1}{A_c}[n_s(t)\cos\phi(t) - n_c(t)\sin\phi(t)]$$

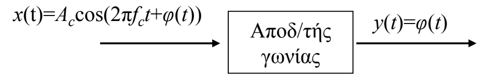
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΦΑΣΜΑΤΙΚΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ $S_Y(f)$ ΤΟΥ $Y_n(t)$

ΑΠΟΔΕΙΚΝΥΕΤΑΙ

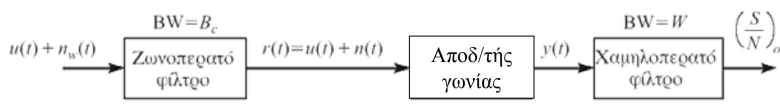


## ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΘΟΡΥΒΟΥ ΣΤΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΓΩΝΙΑΣ

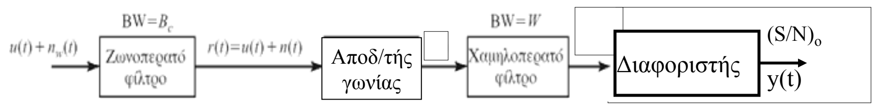
Κύκλωμα Αποδιαμόρφωσης Γωνίας




### ΒΑΣΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΕΝΟΣ ΔΕΚΤΗ PM




### ΒΑΣΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ ΕΝΟΣ ΔΕΚΤΗ FM




Το σήμα στην είσοδο του δέκτη PM:

$$u(t)=A_c\cos(2\pi f_C t+k_p m(t)) +n(t)$$

$n(t)$ θόρυβος λευκός Gaussian με φασματική πυκνότητα $N_0/2$

Αν $(S/N)_R>10$

1. Ο θόρυβος που περνά στην έξοδο του φωρατή είναι προσθετικός, Gaussian, λευκός με φασματική πυκνότητα $S_{no}(f)=N_0/A_c^2$

2. Μετά το χαμηλοπερατό φίλτρο, στην έξοδο του φωρατή, η ισχύς του θορύβου είναι $P_{no}=S_{no}(f)\ 2W=(2N_0W)/A_c^2$

3. Η ισχύς του σήματος είναι $k^2_p P_m$

4. Η ποιότητα λήψης είναι $(S/N)_o=(k^2_p A_c^2 P_m)/(2N_0W)$

ΓΙΑ ΕΝΑ ΔΕΚΤΗ PM ΑΠΟΔΕΙΚΝΥΕΤΑΙ ΟΤΙ ΙΣΧΥΕΙ:

Αν $(S/N)_R>10$

1. Ο θόρυβος που περνά στην έξοδο του φωρατή είναι Gaussian, λευκός με φασματική πυκνότητα $S_{no}(f)=N_0/A_c^2$

2. Μετά το χαμηλοπερατό φίλτρο, στην έξοδο του φωρατή, η ισχύς του θορύβου είναι $P_{no}=S_{no}(f)\ 2W=(2N_0W)/A_c^2$

3. Η ισχύς του σήματος είναι $k_p^2P_m$

4. Η ποιότητα λήψης είναι $(S/N)_o=(k_p^2A_c^2P_m)/(2N_0W)$

5. Επειδή ισχύει $\beta_p=k_p\max|m(t)|$ έπεται ότι

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o=\frac{P_m\beta_p^2}{\left(\max|m(t)|\right)^2}\left(\frac{S}{N}\right)_b=\beta_p^2P_{m_n}\left(\frac{S}{N}\right)_b$$

όπου $P_{Mn}$ η ισχύς κανονικοποιημένου μηνύματος.

ΓΙΑ ΕΝΑ ΔΕΚΤΗ PM ΑΠΟΔΕΙΚΝΥΕΤΑΙ ΟΤΙ ΙΣΧΥΕΙ:

Αν $(S/N)_R>10$

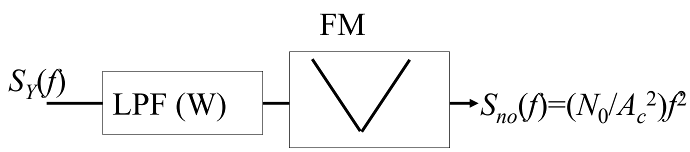
$$\left(\frac{S}{N}\right)_o=\frac{P_m\beta_p^2}{\left(\max|m(t)|\right)^2}\left(\frac{S}{N}\right)_b=\beta_p^2P_{m_n}\left(\frac{S}{N}\right)_b$$

Επειδή $-\pi<k_pm(t)<\pi$ ➔ $\beta_p<\pi$!!! Αυτό αποτελεί βασικό μειονέκτημα για το PM.

ΓΙΑ ΕΝΑ ΔΕΚΤΗ FM η έξοδος του φωρατή πρέπει να οδηγηθεί σε κύκλωμα διαφοριστή με $|H(f)|=|f|$

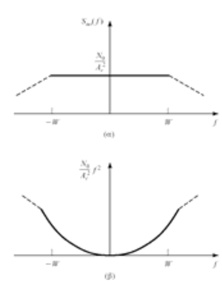
Αν $(S/N)_R>10$

1. Ο θόρυβος που περνά στην έξοδο του αποδιαμορφωτή είναι Gaussian, λευκός με φασματική πυκνότητα $S_{no}(f)=N_0/A_c^2$




2. Στην έξοδο του δέκτη ο θόρυβος είναι Gaussian και η φασματική του πυκνότητα εξαρτάται από τη συχνότητα.

$$\mathcal{S}_{n_o}(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{A_c^2}, & \text{PM} \\ \frac{N_0}{A_c^2} f^2, & \text{FM} \end{cases}$$



**ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΓΩΝΙΑΣ**

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \begin{cases} \beta_p^2 P_{M_n} (\frac{S}{N})_b, & \text{PM} \\ 3\beta_f^2 P_{M_n} (\frac{S}{N})_b, & \text{FM} \end{cases}$$

**ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ ΤΟΥ ΕΥΡΟΥΣ-ΖΩΝΗΣ**

$$\Omega = \frac{B_c}{W} = 2(\beta + 1)$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \begin{cases} P_M \left(\frac{\frac{\Omega}{2}-1}{\max|m(t)|}\right)^2 (\frac{S}{N})_b, & \text{PM} \\ 3P_M \left(\frac{\frac{\Omega}{2}-1}{\max|m(t)|}\right)^2 (\frac{S}{N})_b, & \text{FM} \end{cases}$$

**ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΚΑΤΩΦΛΙΟΥ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΚΑΤΑ ΓΩΝΙΑ**

$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \begin{cases} \beta_p^2 P_{M_n} (\frac{S}{N})_b, & \text{PM} \\ 3\beta_f^2 P_{M_n} (\frac{S}{N})_b, & \text{FM} \end{cases}$$

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι πιο πάνω σχέσεις έχουν υπολογιστεί με την παραδοχή ότι ισχύει $(S/N)_R>10$. Αν η παραδοχή αυτή δεν αληθεύει το σήμα της βασικής ζώνης καταστρέφεται πλήρως μετά την αποδιαμόρφωση. Για το λόγο αυτό στα διάφορα προβλήματα η λύση πρέπει να βρίσκεται κάτω από τον περιορισμό της σχέσης αυτής.

Ο περιορισμός $(S/N)_R>10$ είναι ισοδύναμη με:.

$$(S/N)_R>10 \Leftrightarrow (S/N)_b>20\,(\beta_f+1) \Leftrightarrow (S/N)_o>60 P_{mn}\beta_f^2(\beta_f+1)$$

Απόδειξη των Ισοδύναμων Σχέσεων Περιορισμού:

$(S/N)_R>10 \Leftrightarrow P_r/(N_0B_C)>10 \Leftrightarrow [Pr/(N_0W)](W/B_C)>10$
$\Leftrightarrow (S/N)_b>10(B_C/W) \Leftrightarrow (S/N)_b>10(2(\beta_f+1)W/W) \Leftrightarrow$
$(S/N)_b>20\ (\beta_f+1)$

$(S/N)_o=3\beta_f^2P_{mn}(S/N)_b \Leftrightarrow (S/N)_o>60P_{mn}\beta_f^2(\beta_f+1)$

$\Leftrightarrow (S/N)_o>60P_{mn}\beta_f^3$

## ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΣΥΤΗΜΑΤΩΝ ΚΛΑΣΙΚΗΣ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ

Ανακεφαλαιώνοντας για τα συστήματα αυτά ισχύει:

DSB/SSB $(S/N)_0=(S/N)_b$

AM Συμβ. $(S/N)_0=\dfrac{\alpha^2P_{mn}}{1+\alpha^2P_{Mn}}(S/N)_b$

FM $(S/N)_0=3\beta_f^2P_{mn}(S/N)_b$

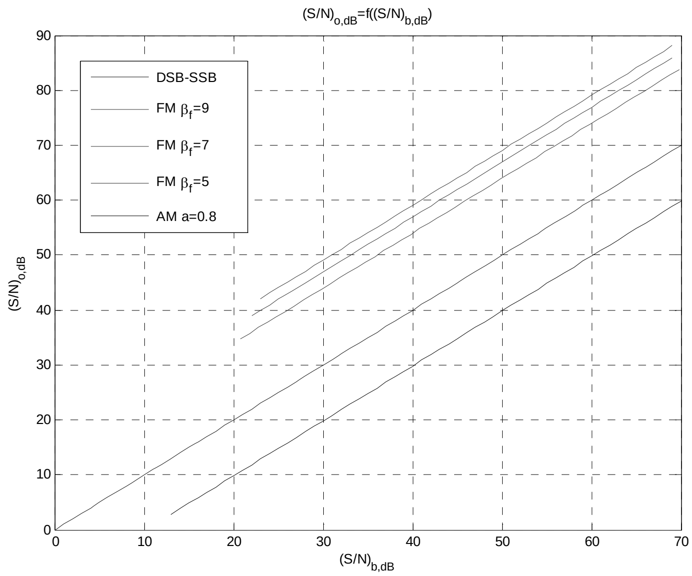
και εύκολα προκύπτει

DSB/SSB $(S/N)_{0-dB}=(S/N)_{b-dB}$

AM Συμβ. $(S/N)_{0-dB}=(S/N)_{b-dB}+10\log_{10}\left(\dfrac{\alpha^2P_{Mn}}{1+\alpha^2P_{Mn}}\right)$

FM $(S/N)_{0-dB}=(S/N)_{b-db}+10\log_{10}\left(3\beta_f^2P_{Mn}\right)$

και λαμβάνοντας υπόψιν τις προηγούμενες σχέσεις και τα κατώφλια λειτουργίας:




**Παράδειγμα 5.3.1**

Σχεδιάστε ένα σύστημα FM που να επιτυγχάνει SNR στην έξοδο του δέκτη ίσο με 40 dB και να απαιτεί την ελάχιστη ισχύ εκπομπής. Το εύρος-ζώνης του καναλιού είναι 120 KHz, το εύρος-ζώνης του μηνύματος είναι 10 KHz, ο λόγος μέσης προς μέγιστη στιγμιαία ισχύ για το μήνυμα, $P_{M_n} = \frac{P_M}{(\max|m(t)|)^2}$, είναι $\frac{1}{2}$, και η (μονόπλευρη) φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου είναι $N_0 = 10^{-8}$ W/Hz. Ποια είναι η απαιτούμενη ισχύς εκπομπής αν το σήμα εξασθενεί κατά 40 dB κατά τη μετάδοση μέσα από το κανάλι;

**ΛΥΣΗ**

Υπολογισμός Κατωφλίου $\beta_{fth}$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{o\text{FM}} = 60\beta_f^2(\beta_f+1)P_{M_n}$$

$\beta_{fth}$=6.6

Υπολογισμός τιμής $\beta_f$ αν καλυφθεί όλο το εύρος-ζώνης που διατίθεται

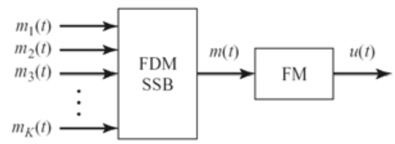
$$B_c = 2(\beta_f+1)W \Rightarrow 120000 = 2(\beta_f+1)\times 10000$$

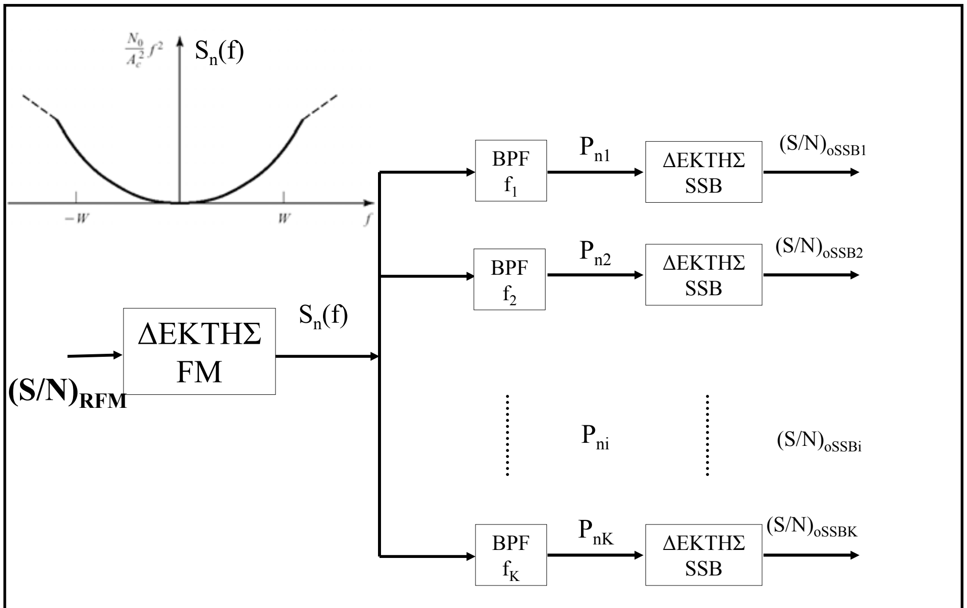
$\beta_{fth}$=5 <6.6 (δεκτό)

απαιτείται $(S/N)_b$=267, $P_R$=26 mWatt, $P_T$=267 Watt

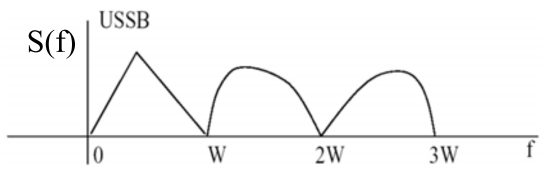
Κατά την ταυτόχρονη διαβίβαση $K$ τηλεφωνικών σημάτων μέσω μικροκυματικής ζεύξης LOS συχνά χρησιμοποιείται συνδυασμός FDM- SSB και FM. Το διάγραμμα βαθμίδων ενός τέτοιου συστήματος φαίνεται στο Σχήμα Π-5.13. Καθένα από τα σήματα $m_i(t)$ είναι περιορισμένου εύρους-ζώνης $W$ Hz και τα σήματα αυτά είναι διαμορφωμένα κατά USSB με φέρουσες $c_i(t) = A_i \cos 2\pi f_{ci} t$ όπου $f_{ci} = (i-1)W$, $1 \leq i \leq K$ και $m(t)$ το άθροισμα όλων των διαμορφωμένων κατά USSB σημάτων. Το σήμα αυτό διαμορφώνει κατά FM ένα φέρον συχνότητας $f_c$ με δείκτη διαμόρφωσης $\beta_f$.

1. Σχεδιάστε ένα τυπικό φάσμα του αθροίσματος, $m(t)$, των USSB σημάτων.
2. Προσδιορίστε το εύρος-ζώνης του $m(t)$.
3. Στην πλευρά του δέκτη, το σήμα λήψης $r(t) = u(t) + n_w(t)$ αποδιαμορφώνεται πρώτα κατά FM και στη συνέχεια διέρχεται από τράπεζα αποδιαμορφωτών USSB. Δείξτε ότι η ισχύς του θορύβου που εισέρχεται στους αποδιαμορφωτές εξαρτάται από το $i$.
4. Προσδιορίστε μια μαθηματική έκφραση του λόγου της ισχύος θορύβου που εισέρχεται στον αποδιαμορφωτή, με συχνότητα φέροντος $f_i$, προς την ισχύ θορύβου που εισέρχεται στον αποδιαμορφωτή με συχνότητα φέροντος $f_j$, $1 \leq i, j \leq K$.
5. Πώς θα έπρεπε να επιλεγούν τα πλάτη $A_i$ των φερουσών ώστε να εξασφαλίζεται ότι μετά την κατά USSB αποδιαμόρφωση, το SNR για όλα τα κανάλια θα είναι το ίδιο;



**1 και 2**




$W_{ΟΛΙΚΟ}$ **=KW**

**3**

Έστω $P_{ni}$ η ισχύς θορύβου στην είσοδο του i-στου δέκτη SSB. Επειδή η ζώνη θορύβου που πέρασε μέσα από το i-στο φίλτρο εκτείνεται στην περιοχή συχνοτήτων ($f_i$, $f_i$+W), ισχύει:

$$P_{ni} = 2\int_{fi}^{fi+W} \frac{N_0}{A_c^2} f^2 df = \left.\frac{2N_0 f^3}{3A_c^2}\right|_{(i-1)W}^{iW} = \frac{2N_0 W^3}{3A_c^2}\left(3i^2 - 3i + 1\right)$$

Αν το i-στο σήμα SSB γραφεί ως

$$A \cdot m_i(t)\cos\left(2\pi f_i t\right) + A \cdot \hat{m}_i(t)\sin\left(2\pi f_i t\right)$$

μετά την ομόδυνη φώραση θα περάσει στην έξοδο του δέκτη SSB σήμα και θόρυβος που δίνονται από την εξίσωση

Αν το i-στο σήμα SSB γραφεί ως

$$A \cdot m_i(t)\cos\left(2\pi f_i t\right) + A \cdot \hat{m}_i(t)\sin\left(2\pi f_i t\right) + n_{ci}(t)\cos\left(2\pi f_i t\right) + n_{si}\left(t\right)\sin\left(2\pi f_i t\right)$$

μετά την ομόδυνη φώραση θα περάσει στην έξοδο του δέκτη SSB σήμα και θόρυβος που δίνονται από την εξίσωση:

$$\frac{1}{2}\left[A \cdot m_i(t) + n_{ci}(t)\right]$$

Δηλαδή ο θόρυβος στην έξοδο του δέκτη SSB είναι $P_{noi}=P_{nci}/4=P_{ni}/4$, άρα.

$$P_{noi} = \frac{N_0 W^3}{6A_c^2}\left(3i^2 - 3i + 1\right)$$

**4**

$$\frac{P_{noi}}{P_{noj}} = \frac{3i^2 - 3i + 1}{3j^2 - 3j + 1}$$

**5**

Έστω ότι επιλέγουμε το πλάτος του i-στου σήματος SSB να είναι $A_i$. Τότε η ισχύς του σήματος στην έξοδο του i-στου δέκτη SSB θα είναι $P_i= A_i^2 P_m/4$, αφού δεχθήκαμε ότι όλα τα διαβιβαζόμενα τηλεφωνικά σήματα έχουν ισχύ, ίση με $P_m$. Άρα

$(S/N)_i/(S/N)_j=(A_i/A_j)^2(3j^2-3j+1)/(3i^2-3i+1)$ ή $(S/N)_i/(S/N)_1=(A_i/A_1)^2/(3i^2-3i+1)$

Και επομένως αν $(S/N)_i$=σταθ.➔ $(A_i/A_1)^2= (3i^2-3i+1)$

Και επομένως αν $(S/N)_i$=σταθ.➔ $(A_i/A_1)^2= (3i^2-3i+1)$➔

$(A_i)^2= (3i^2-3i+1)(A_1)^2$.

Επειδή πρέπει:

$$\sum_{i=1}^{K} A_i^2 = KA^2$$

προκύπτει:

$$\left[3\sum_{i=1}^{K} i^2 - 3\sum_{i=1}^{K} i + K\right] A_1 = KA^2$$

οπότε προσδιορίζεται το $A_i$:

5.8

Σ' ένα σύστημα Ραδιοφωνίας η ισχύς του πομπού είναι 40 KW, η εξασθένιση του καναλιού είναι 80 dB, και η φασματική πυκνότητα ισχύος του θορύβου είναι $10^{-10}$ W/Hz. Το σήμα μηνύματος έχει εύρος-ζώνης $10^4$ Hz.

1. Υπολογίστε το SNR του σήματος αμέσως πριν τη φώραση, δηλαδή, το SNR του $r(t) = ku(t) + n(t)$.
2. Βρείτε το SNR της εξόδου όταν η διαμόρφωση είναι DSB.
3. Υπολογίστε το SNR της εξόδου όταν η διαμόρφωση είναι SSB.
4. Προσδιορίτε το SNR της εξόδου όταν η διαμόρφωση είναι συμβατικό AM με δείκτη διαμόρφωσης 0.85 και κανονικοποιημένη ισχύ μηνύματος 0.2.
5. Προσδιορίστε το SNR της εξόδου όταν το σύστημα χρησιμοποιεί διαμόρφωση FM με $\beta_f$=4.

**ΛΥΣΗ**

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΣΧΥΟΣ $P_R$ ΣΤΗΝ ΕΙΣΟΔΟ ΤΟΥ ΔΕΚΤΗ**

$$10\log\frac{P_T}{P_R} = 80 \Longrightarrow P_R = 10^{-8}P_T = 10^{-8}\times 40\times 10^3 = 4\times 10^{-4} \text{ Watts}$$

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΣΧΥΟΣ $P_n$ ΣΤΗΝ ΕΙΣΟΔΟ ΤΟΥ ΔΕΚΤΗ**

$$P_n = 2\int_{f_c-\frac{B}{2}}^{f_c+\frac{B}{2}} \frac{N_0}{2} df = N_0 B = 2\times 10^{-10} B \text{ Watts}$$

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ SNR ΣΤΗΝ ΕΙΣΟΔΟ ΤΟΥ ΔΕΚΤΗ**

$$\mathrm{SNR}_{\mathrm{DSB,AM}} = \frac{P_R}{P_n} = \frac{4\times 10^{-4}}{2\times 10^{-10}\times 2\times 10^4} = 10^2$$

$$\mathrm{SNR}_{\mathrm{SSB}} = \frac{4\times 10^{-4}}{2\times 10^{-10}\times 10^4} = 2\times 10^2$$

$$\mathrm{SNR}_{\mathrm{FM}} = \frac{\mathrm{P_R}}{2(\beta_f+1)\mathrm{WN_0}} = \frac{4\times 10^{-4}}{2\times(5+1)\times 10^4\times 2\times 10^{-10}} = 13.3$$

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ SNR ΣΤΗΝ ΕΞΟΔΟ**

$$\mathrm{SNR_b} = \frac{\mathrm{P_R}}{\mathrm{WN_0}} = \frac{4\times 10^{-4}}{10^4\times 2\times 10^{-10}} = 2\times 10^2$$

$$\mathrm{SNR}_{\mathrm{SSB},o} = \mathrm{SNR}_{\mathrm{SSB},i} = 2\times 10^2$$

$$\mathrm{SNR}_{\mathrm{AM},o} = \frac{\alpha^2 P_{M_n}}{1+\alpha^2 P_{M_n}}\times \mathrm{SNR_b} = \frac{0.85^2\times 0.2}{1+0.85^2\times 0.2}\times 2\times 10^2 = 23$$

$$\mathrm{SNR_{FM}} = 3\beta_f^2 \mathrm{P_{m_n}} \mathrm{SNR_b} = 3\times 25\times 0.2\times 2\times 10^2 = 300$$

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

**Από ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

**5.1, 5.3 (μόνο ό,τι αφορά τα σχήματα 5.11, 5.12, 5.13 καθώς και τους τύπους 5.3.24 χωρίς απόδειξη και την Ενότητα 5.3.1 ολόκληρη. )**