

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4Α

Το σήμα ενός video διάρκειας $T_V=20$ min έχει εύρος ζώνης $W=4.5$ MHz και παρουσιάζει ομοιόμορφο PDF. Επιθυμούμε να το διαβιβάσουμε με PCM με ποιότητα στον προορισμό $(S/N)_{dB}$ τουλάχιστον 60 dB. Χρησιμοποιείται συχνότητα δειγματοληψίας $f_S=12$ Msamples/sec.

i) Πόσα bit PCM (ν) πρέπει να χρησιμοποιήσουμε; Αν πριν τη διαβίβαση όλα τα δυαδικά δεδομένα του PCM αποθηκευτούν σε ψηφιακό file τι μέγεθος S θα έχει το file αυτό σε Megabit;

ii) Πόση πρέπει να είναι η πιθανότητα σφάλματος P_b του ψηφιακού καναλιού μέσα από το οποίο θα διαβιβαστούν τα δεδομένα του PCM ώστε το video να υποστεί αμελητέα επιπλέον υποβάθμιση στο δέκτη;

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4Β

Για τις ανάγκες της διαβίβασης των δεδομένων του Προβλήματος 5Α υλοποιείται δυαδικό κανάλι με βάση ένα αναλογικό κανάλι με απόσβεση $L_{dB}=40$ dB και AWGN με Φασματική Πυκνότητα $N_0/2 = 0.5 \times 10^{-12}$ Watt/Hz και ισχύ εκπομπής στην είσοδο του καναλιού $P_T=18$ Watt. Στο κανάλι αυτό ο μέγιστος δυνατός ρυθμός διαβίβασης δυαδικών δεδομένων είναι $R_{bc\max} = 125$ Mbit/sec και η Πιθανότητα Σφάλματος δίνεται από την σχέση

$$P_b = 0.5 \times e^{-\frac{E_b}{N_0}}.$$

i) Αποδείξτε ότι το δυαδικό αυτό κανάλι δεν μπορεί να διαβιβάσει τα data του PCM σε πραγματικό χρόνο χωρίς να υποβιβαστεί η ποιότητα του σήματος στον δέκτη.

ii) Για να γίνει δυνατή η αξιόπιστη διαβίβαση των PCM data με το κανάλι αυτό αναγκάζομαστε να χρησιμοποιήσουμε μικρότερο ρυθμό διαβίβασης από το ρυθμό δημιουργίας των δυαδικών δεδομένων του PCM ($R_b < R_{bg}$). Υπολογίστε την υψηλότερη τιμή του R_b , την $R_{b\max}$ και τον αντίστοιχο χρόνο εκπομπής T_{tr} που θα απαιτηθεί για να μπορεί να φθάσουν όλα τα PCM data στον δέκτη.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4Α

Το σήμα ενός video διάρκειας $T_V=20$ min έχει εύρος ζώνης $W=4.5$ MHz και παρουσιάζει ομοιόμορφο PDF. Επιθυμούμε να το διαβιβάσουμε με PCM με ποιότητα στον προορισμό $(S/N)_{dB}$ τουλάχιστον 60 dB. Χρησιμοποιείται συχνότητα δειγματοληψίας $f_S=12$ Msamples/sec.

i) Πόσα bit PCM (ν) πρέπει να χρησιμοποιήσουμε; Αν πριν τη διαβίβαση όλα τα δυαδικά δεδομένα του PCM αποθηκευτούν σε ψηφιακό file τι μέγεθος S θα έχει το file αυτό σε Megabit;

ii) Πόση πρέπει να είναι η πιθανότητα σφάλματος P_b του ψηφιακού καναλιού μέσα από το οποίο θα διαβιβαστούν τα δεδομένα του PCM ώστε το video να υποστεί αμελητέα επιπλέον υποβάθμιση στο δέκτη;

ΛΥΣΗ

i

Αφού το PDF του σήματος είναι ομοιόμορφο ισχύει:

$$(S/N)_{dB} = 6\nu \Rightarrow \nu = 10 \text{ bit/sample}$$

Τα data του PCM δημιουργούνται με ρυθμό $R_{bg} = f_S\nu$ επομένως ισχύει:

$$S = f_S\nu T_V = 12 \times 10^6 \times 10 \times 20 \times 60$$

$$\Rightarrow S = 1.44 \times 10^{11} \text{ bits} = 1.44 \times 10^5 \text{ Mbits}$$

ii

Ισχύει:

$$P_{th} = 4^{-(\nu+2)} = 4^{-12} = 2^{-24} = 64 \times 2^{-30} = 64 \times 10^{-9}$$

$$\Rightarrow P_{th} = 6.4 \times 10^{-8}$$

Πρέπει να ισχύει $P_b \leq P_{th}$, δηλαδή:

$$P_b \leq 6.4 \times 10^{-8}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4B

Για τις ανάγκες της διαβίβασης των δεδομένων του Προβλήματος 5A υλοποιείται δυαδικό κανάλι με βάση ένα αναλογικό κανάλι με απόσβεση $L_{dB}=40$ dB και AWGN με Φασματική Πυκνότητα $N_0/2 = 0.5 \times 10^{-12}$ Watt/Hz και ισχύ εκπομπής στην είσοδο του καναλιού $P_T=18$ Watt. Στο κανάλι αυτό ο μέγιστος δυνατός ρυθμός διαβίβασης δυαδικών δεδομένων είναι $R_{bc\max} = 125$ Mbit/sec και η Πιθανότητα Σφάλματος δίνεται από την σχέση

$$P_b = 0.5 \times e^{-\frac{E_b}{N_0}}.$$

i) Αποδείξτε ότι το δυαδικό αυτό κανάλι δεν μπορεί να διαβιβάσει τα data του PCM σε πραγματικό χρόνο χωρίς να υποβιβαστεί η ποιότητα του σήματος στον δέκτη.

ii) Για να γίνει δυνατή η αξιόπιστη διαβίβαση των PCM data με το κανάλι αυτό αναγκαζόμαστε να χρησιμοποιήσουμε μικρότερο ρυθμό διαβίβασης από το ρυθμό δημιουργίας των δυαδικών δεδομένων του PCM ($R_b < R_{bg}$). Υπολογίστε την υψηλότερη τιμή του R_b , την $R_{b\max}$ και τον αντίστοιχο χρόνο εκπομπής T_{tr} που θα απαιτηθεί για να μπορεί να φθάσουν όλα τα PCM data στον δέκτη.

ΛΥΣΗ

i

Για να είναι δυνατή η αξιόπιστη διαβίβαση του PCM πρέπει να ισχύουν συγχρόνως οι δύο πιο κάτω συνθήκες.

1. Ρυθμός δημιουργίας των δεδομένων του PCM \leq μέγιστος ρυθμός διαβίβασης καναλιού ($R_{bg} \leq R_{bc\max}$).
2. $P_b \leq P_{th}$

Τα data του PCM δημιουργούνται με ρυθμό $R_{bg} = f_S \nu = 12 \times 10^6 \times 10$

$$\Rightarrow R_{bg} < R_{bc\max}$$

Επομένως η πρώτη συνθήκη ισχύει αλλά πρέπει να εξετάσουμε την ισχύ της δεύτερης συνθήκης. Θυμηθείτε ότι $E_b/N_0 = P_R/(R_b N_0)$ και επομένως:

$$P_b = 0.5 \times e^{-\frac{P_R}{R_b N_0}} = 0.5 \times e^{-\frac{P_T}{L R_b N_0}} = 0.5 \times e^{-\frac{18}{10^4 \times 120 \times 10^6 \times 10^{-12}}}$$
$$\Rightarrow P_b = 1.53 \times 10^{-7} > P_{th}$$

Δηλαδή η δεύτερη συνθήκη δεν ισχύει και επομένως δεν είναι δυνατή η αξιόπιστη διαβίβαση σε πραγματικό χρόνο.

ii

Η πιθανότητα σφάλματος του καναλιού είδαμε ότι δίνεται από τη σχέση $P_b = 0.5 \times e^{-P_T/(LR_bN_0)}$. Επιλύοντας τη σχέση αυτή ως προς R_b , προκύπτει:

$$R_b = -\frac{P_T}{LN_0 \ln(2P_b)}$$

και επειδή πρέπει $P_b \leq P_{th}$, προκύπτει:

$$R_b \leq -\frac{P_R}{LN_0 \ln(2P_{th})} = -\frac{18}{10^4 \times 10^{-12} \times \ln(2 \times 6.4 \times 10^{-8})} = 1.13 \times 10^8 \text{ bits/sec}$$

Δηλαδή

$$R_{b \max} = 1.13 \times 10^8 \text{ bits/sec}$$

Τέλος με ρυθμό διαβίβασης $R_{b \max}$, το file των δεδομένων που έχει βρεθεί με μέγεθος $S = 1.44 \times 10^{11}$ bits, θα διαβιβαστεί σε χρόνο

$$T_{tr} = \frac{S}{R_{b \max}} = \frac{1.44 \times 10^{11}}{1.13 \times 10^8} = 1.27 \times 10^3 \text{ sec}$$

$$\Rightarrow T_{tr} = 1.27 \text{ Ksec} = 21.2 \text{ minutes}$$