19-04-05

Έργο

1) Μία δύναμη έχει τη μορφή $\vec{F}=(2y\hat{i}+x^2\hat{j})$ N όπου x, y σε μέτρα. Να υπολογίσετε το έργο που παράγει κατά τη μετατόπιση ενός σώματος από τη θέση (0,0) στη θέση (2,4) για τις ακόλουθες διαδρομές: α) $y=x^2$ β) $y=2x$ γ) $(0,0)\to(0,2)\to(2,4)$

Υπόδειξη: Ξεκινάμε από τη σχέση

$$dW=\vec{F}\cdot d\vec{r}$$

αντικαθιστούμε τα $\vec{F}$, $d\vec{r}$.
Στα α) και β) αντικαθιστώ το y και το dy και τελικά έχω ένα ολοκλήρωμα προς x.
Στο γ) χωρίζω το ολοκλήρωμα σε δύο μέρη και αντικαθιστώ το x, y με τις τιμές τους

2) Μία δύναμη έχει τη μορφή $\vec{F}=y\hat{i}+x\hat{j}+2\hat{k}$ (σε N). Να υπολογίσετε το έργο που παράγει κατά τη μετατόπιση σώματος κατά μήκος της καμπύλης C: $x^2+y^2=1$, $z=1$ (x, y, z m)
α) κατά μία πλήρη περιστροφή β) από $0\to\frac{\pi}{2}$
γ) Εξηγήσετε τη διαφορά στο α) και β)
Υπόδειξη: Αλλάζω τις συντεταγμένες από καρτεσιανές σε πολικές και αντικαθιστώ.
$(x,y)\to(\rho,\theta)$

2) $\vec{F} = x\hat{i} + z\hat{j} + y\hat{k}$

$\vec{r}(t) = a\cos(\omega t)\hat{i} + a\sin(\omega t)\hat{j} + \omega t\hat{k}$

$0 \leq t \leq T$ και $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Υπόδειξη: Θέλουμε να καταλήξουμε σε μια σχέση που περιέχει μόνο το t. Αντικαθιστούμε τα x, y, z ~~απο~~ στη πρώτη σχέση.

Υπολογίζω το $\frac{d\vec{r}(t)}{dt}$

και χρησιμοποιώ τη σχέση

$$W = \int_{t_0}^{t} \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}(t)}{dt} \cdot dt$$