

Γ. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2.1 Σωματίδιο κινείται κατά μήκος του άξονα x έτσι, ώστε να ισχύει $x = (t^3 - 3t^2 - 9t + 5) \text{ m}$. Πότε το σωματίδιο α) κινείται προς τη θετική κατεύθυνση και β) πότε προς την αρνητική, γ) πότε επιταχύνεται και δ) πότε επιβραδύνεται; ε) Σχεδιάστε ποιοτικά τις γραφικές παραστάσεις $x(t)$, $v(t)$ και $a(t)$.

2.2 Σωματίδιο κινείται στον άξονα x με ταχύτητα $v = k\sqrt{x} \text{ m/s}$, όπου k γνωστή θετική σταθερά. Τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ ήταν $x = 0 \text{ m}$. Να βρεθούν:

α) Η ταχύτητα και η επιτάχυνση σαν συνάρτηση του χρόνου.

β) Η μέση ταχύτητα του σωματιδίου στα πρώτα s μέτρα της διαδρομής του.

2.3 Σώμα κινείται σε κατακόρυφη τροχιά με επιτάχυνση ίση με $a = 2\sqrt{v} \text{ m/s}^2$. Όταν $t = 2 \text{ s}$ ισχύει $y = \frac{64}{3} \text{ m}$ και $v = 16 \text{ m/s}$. Βρείτε τη θέση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος σαν συνάρτηση του χρόνου.

2.4 Σωματίδιο κινείται επιβραδυνόμενο, έτσι ώστε το μέτρο της επιτάχυνσής του να είναι $a = k\sqrt{v} \text{ m/s}^2$, όπου k γνωστή θετική σταθερά. Για $t=0$ s ξέρουμε ότι $v = v_0$. Τι διάστημα s θα διανύσει το σωματίδιο μέχρι να σταματήσει και σε πόσο χρόνο;

2.5 Η επιτάχυνση ενός σωματιδίου που κινείται ευθύγραμμα δίνεται από τη σχέση $a = -kv^2 \text{ m/s}^2$, όπου k γνωστή σταθερά. Ξέροντας ότι για $t=0s$, $v = v_0$ και $x = x_0$, βρείτε την ταχύτητα και το διάστημα που διήνυσε σαν συνάρτηση του χρόνου.

2.6 Σώμα κινείται ακολουθώντας την τροχιά που περιγράφεται από την εξίσωση $y = 4x^2$. Η προβολή της ταχύτητας στον άξονα των x είναι σταθερή και ίση με 2 m/s . Ξέρουμε ότι για $t = 0 \text{ s}$, $y = 0 \text{ m}$. Υπολογίστε τα x , y , dx/dt , dy/dt , d^2x/dt^2 και d^2y/dt^2 .

2.7 Σωματίδιο κινείται στο επίπεδο xy και για τις συνιστώσες της ταχύτητάς του ισχύει $v_x = 4t^3 + 4t \text{ m/s}$, $v_y = 4t \text{ m/s}$. Για $t = 0 \text{ s}$ το σωματίδιο βρίσκεται στο σημείο $(1,2)$. Βρείτε την εξίσωση της τροχιάς του σωματιδίου.

2.8 Οι εξισώσεις κίνησης ενός σωματιδίου είναι $x=3t^2+4 \text{ m}$, $y=4t^2+3 \text{ m}$. Βρείτε την εξίσωση της τροχιάς και την ολική επιτάχυνση του σωματιδίου.

2.9 Το διάνυσμα θέσης σωματιδίου δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{r} = kt \hat{\mathbf{i}} + nt^2 \hat{\mathbf{j}},$$

όπου k , n γνωστές σταθερές. Να βρεθούν:

- Η εξίσωση της τροχιάς $y(x)$.
- Η ταχύτητα και η επιτάχυνση σαν συναρτήσεις του χρόνου.
- Η γωνία φ μεταξύ των διανυσμάτων \mathbf{v} και \mathbf{a} σαν συνάρτηση του χρόνου.

2.10 Σωματίδιο κινείται στο επίπεδο xy , έτσι ώστε οι συντεταγμένες του να δίνονται από τις σχέσεις: $x = kt \text{ m}$, $y = kt(1 - nt) \text{ m}$, όπου k και n γνωστές σταθερές.

Να βρεθούν:

- Η εξίσωση της τροχιάς $y(x)$.
- Η ταχύτητα και η επιτάχυνση σαν συναρτήσεις του χρόνου.
- Ο χρόνος τ που χρειάζεται για να γίνει η γωνία μεταξύ ταχύτητας και επιτάχυνσης ίση με $\pi/4$.

2.11 Το διάνυσμα θέσης ενός σωματιδίου δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{r} = bt(1 - at) \mathbf{m},$$

όπου b γνωστό σταθερό διάνυσμα και a γνωστή θετική σταθερά.

Υπολογίστε:

- α) Την ταχύτητα και την επιτάχυνση σαν συναρτήσεις του χρόνου.
 β) Το χρόνο Δt που θα χρειαστεί το σωματίδιο για να επανέλθει στην αρχική του θέση και το διάστημα που θα έχει διανύσει στο χρόνο αυτό.

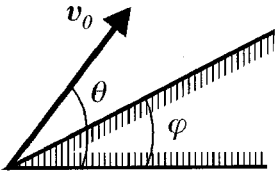
2.12 Σωματίδιο κινείται στο επίπεδο xy με ταχύτητα:

$$\mathbf{v} = \kappa \hat{\mathbf{i}} + \eta x \hat{\mathbf{j}},$$

όπου κ και η γνωστές σταθερές.

Να βρεθούν:

- α) Η εξίσωση της τροχιάς.
 β) Η ακτίνα καμπυλότητας σαν συνάρτηση του x .



Σχήμα 2.15

2.13 Σώμα βάλλεται με αρχική ταχύτητα v_0 υπό γωνία θ ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η βολή γίνεται από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ (βλ. σχ. 2.15). Υπολογίστε το βεληνεκές R πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

2.14 Βλήμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 από ύψος H . Σε κάποιο σημείο της τροχιάς η κεντρομόλος και η επικαμπύλια επιτάχυνση έχουν ίσα μέτρα. Βρείτε τις συντεταγμένες αυτού του σημείου.

2.15 Σώμα διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας $R = 12 \text{ m}$ έτσι, ώστε σε χρόνο t να διανύει τόξο μήκους $s = t^3 + 3 \text{ m}$. Υπολογίστε την ταχύτητα και την επιτάχυνσή του για $t = 2 \text{ s}$.

2.16 Σωματίδιο κινείται σε περιφέρεια ακτίνας R . Η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση $v = K\sqrt{s} \text{ m/s}$, όπου K γνωστή σταθερά και s το διάστημα που διήνυσε. Υπολογίστε τη γωνία ανάμεσα στην επιτάχυνση και την ταχύτητα σαν συνάρτηση του s .

2.17 Σώμα κινείται εκτελώντας κυκλική τροχιά, ώστε το διάστημα που διήνυσε να δίνεται από τη σχέση $s = t^3 + 5t \text{ m}$. Για $t = 0,66 \text{ s}$ η επιτάχυνσή του έχει μέτρο $a = 8,39 \text{ m/s}^2$. Ποια είναι η διάμετρος της τροχιάς;

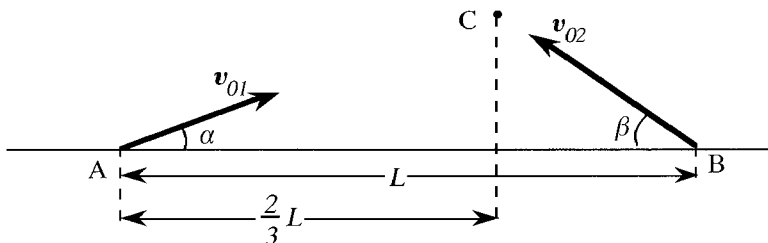
2.18 Σωματίδιο κινείται σε επίπεδο έτσι, ώστε η επικαμπύλιος και η κεντρομόλος συνιστώσα της επιτάχυνσής του να είναι αντίστοιχα $a_t = c$, $a_n = bt^4$, όπου c και b γνωστές θετικές σταθερές. Υπολογίστε την ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς και την ολική επιτάχυνση σαν συνάρτηση του διαστήματος που διήνυσε.

2.19 Βρείτε την επιτάχυνση σωματιδίου που κινείται σε επίπεδη τροχιά, οι πολικές συντεταγμένες της οποίας δίνονται από τις παραμετρικές εξισώσεις $r = r(t)$ και $\theta = \theta(t)$.

2.20 Σωματίδιο περιστρέφεται γύρω από ακίνητο άξονα έτσι, ώστε για τη γωνιακή του ταχύτητα να ισχύει $\omega = \omega_0 - k\varphi$, όπου φ η γωνία που έχει διαγράψει, ω_0 και k γνωστές θετικές σταθερές. Για $t = 0$ έχουμε $\varphi = 0$. Να υπολογισθούν η γωνία περιστροφής και η γωνιακή ταχύτητα σαν συναρτήσεις του χρόνου.

2.21 Σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα σε μια πλάκα από κάποιο ύψος h . Οι κρούσεις του σώματος με την πλάκα είναι ελαστικές. Σχεδιάστε ποιοτικά τη γραφική παράσταση της ταχύτητας και του διαστήματος συναρτήσει του χρόνου στις πρώτες 4 κρούσεις.

2.22 Δύο πυροβόλα που βρίσκονται σε απόσταση L το ένα από το άλλο βάλλουν ταυτόχρονα. Αν v_{01} και v_{02} είναι οι αρχικές ταχύτητες των βλημάτων (βλ. σχ. 2.16) να βρεθεί η σχέση που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των γωνιών βολής α και β , ώστε τα βλήματα να συγκρουσθούν σε σημείο C που απέχει $2L/3$ από το A.



Σχήμα 2.16

2.23 Ένας άνθρωπος ρίχνει μια πέτρα προσπαθώντας να χτυπήσει στόχο που βρίσκεται σε ύψος h και σε οριζόντια απόσταση s . Πόση πρέπει να είναι η ελάχιστη αρχική ταχύτητα της πέτρας ώστε να βρει το στόχο;

2.24 Μπροστά από ένα πυροβόλο και σε απόσταση a από αυτό βρίσκεται τοίχος ύψους h . Πίσω από τον τοίχο και σε απόσταση b από αυτόν βρίσκεται στόχος. Ποια είναι η ελάχιστη αρχική ταχύτητα που πρέπει να έχει βλήμα ώστε να χτυπήσει το στόχο; Υπό ποια γωνία πρέπει να εκτοξευθεί;

2.25 Ποδηλάτης ξεκινάει από σημείο A που βρίσκεται πάνω στην άσφαλ-