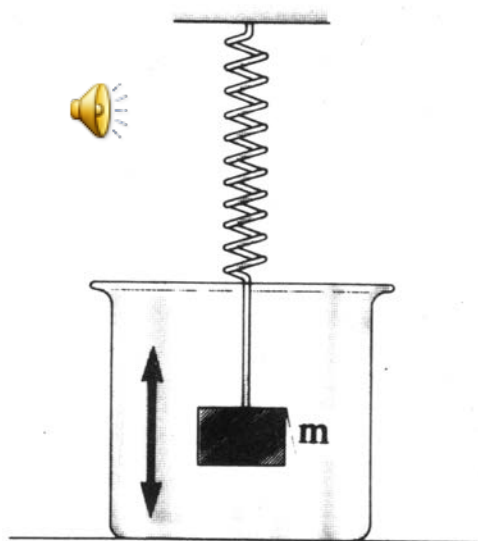


Ταλάντωση με απόσβεση

Η δύναμη τριβής δίνεται από τη σχέση : $-kv$.

$$\Sigma F_x = -kx - bv = ma_x$$

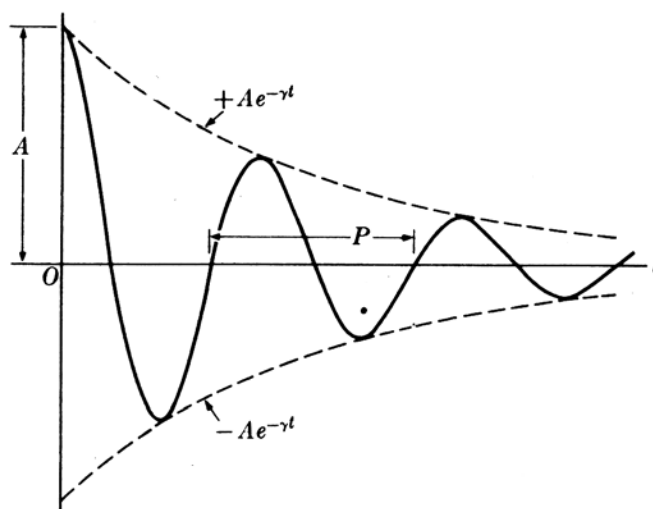


$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$
$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

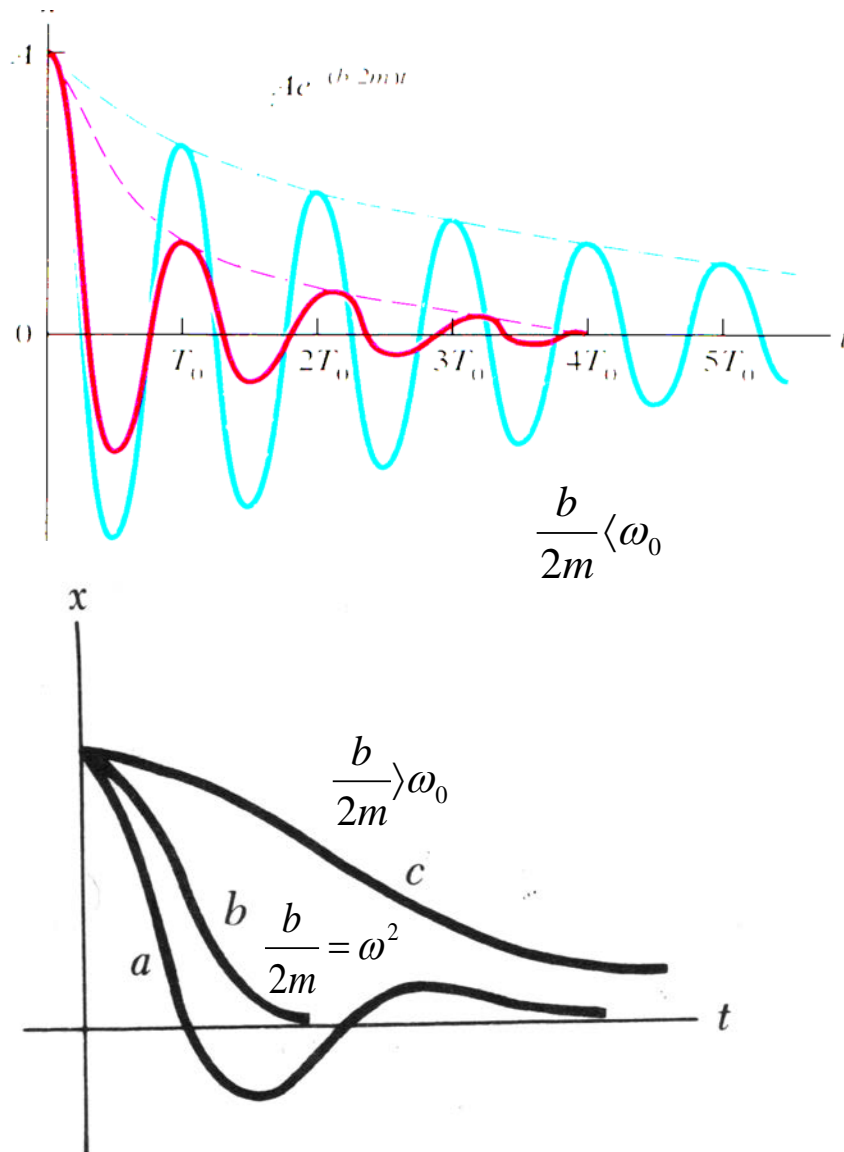
$$\Rightarrow x = Ae^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega t + \delta)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

$$A(t) = Ae^{-\frac{b}{2m}t}$$



Ταλάντωση για διαφορετικές τιμές του b



Αυξάνοντας τον συντελεστή απόσβεσης:

(α) Η κίνηση παρουσιάζει ακόμη περιοδικότητα

(β) Η κρίσιμη απόσβεση. Ο χρόνος για την επιστροφή στη θέση ισορροπίας γίνεται ελάχιστος.

(γ) Η κίνηση γίνεται απεριοδική.

Ταλάντωση με εξωτερική διέγερση, συντονισμός

$$F_0 \cos(\omega t) - kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\Rightarrow x = A \cos(\omega t + \delta)$$

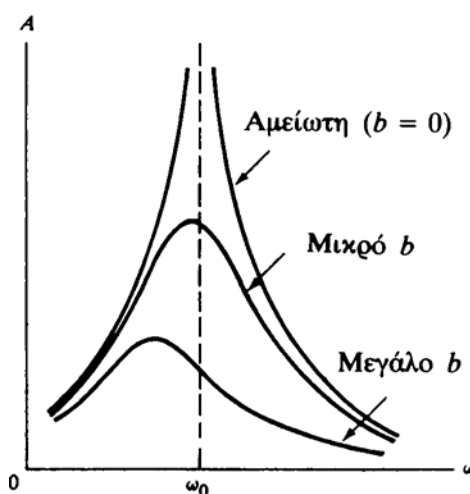
$$A = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}}$$



Συντονισμός πλάτους

Το πλάτος γίνεται μέγιστο για:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{m}\right)^2}$$



Μεταβολή του πλάτους ταλάντωσης με την συχνότητα της οδηγήτριας δύναμης, για μικρό και μεγάλο b .

Συντονισμός Ενέργειας

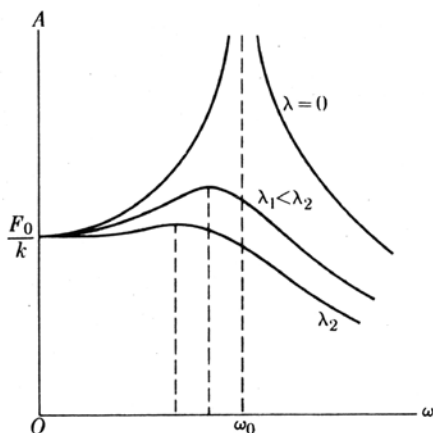


$$F_0 \cos(\omega t)$$

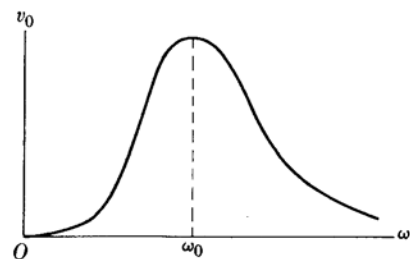
$$v_0 = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}} \omega \sin(\omega t + \phi)$$

Η ταχύτητα και συνεπώς η κινητική ενέργεια του σώματος, μεγιστοποιείται για την συχνότητα $\omega = \omega_0$ δηλαδή την ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

Στην ίδια συχνότητα η ταχύτητα έχει την ίδια Φάση με την δύναμη. Η ισχύς Fv που αποδίδεται στο σύστημα γίνεται μέγιστη.

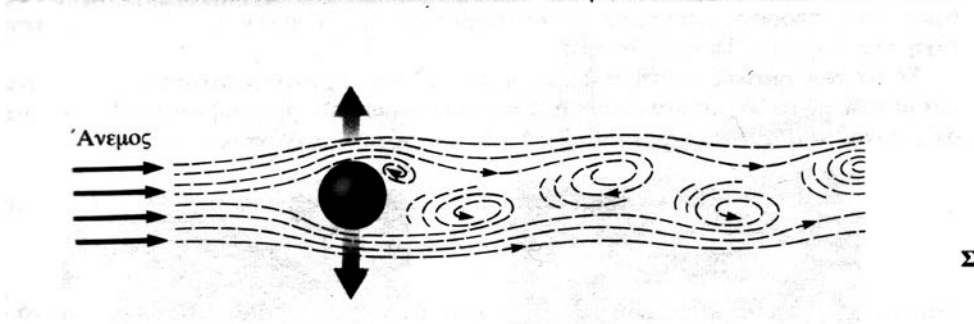
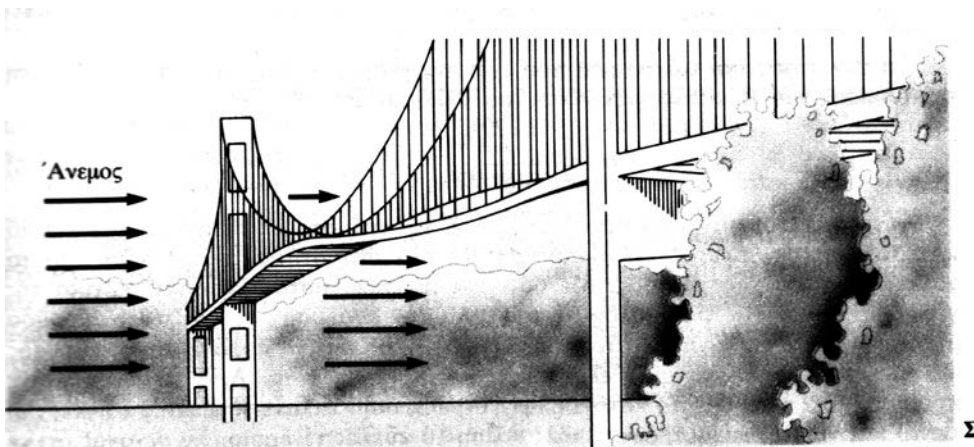
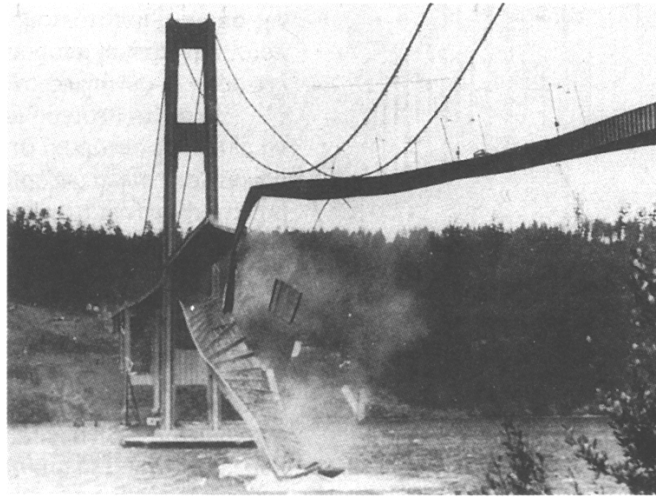
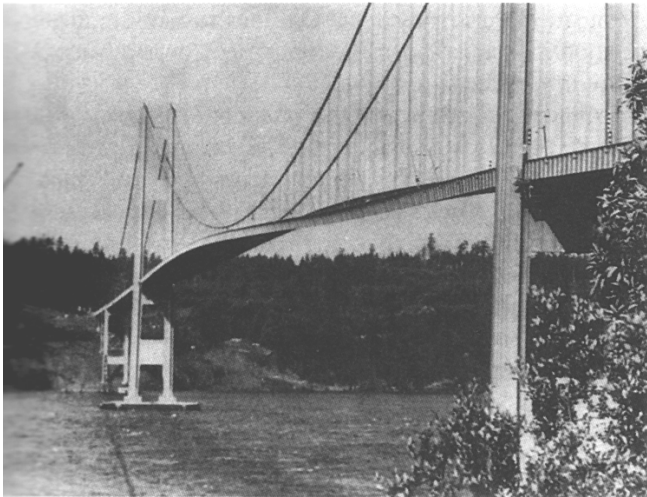


Σχήμα 12-32. Μεταβολή του πλάτους των εξαναγκασμένων ταλαντώσεων με την απόσβεση (στό σχήμα, λ_2 είναι μεγαλύτερο από τό λ_1).



Σχήμα 12-33. Μεταβολή του πλάτους της ταχύτητας εξαναγκασμένων ταλαντώσεων με τη συχνότητα της εφαρμοζόμενης δύναμης.

Η γέφυρα στο Tacoma Narrows



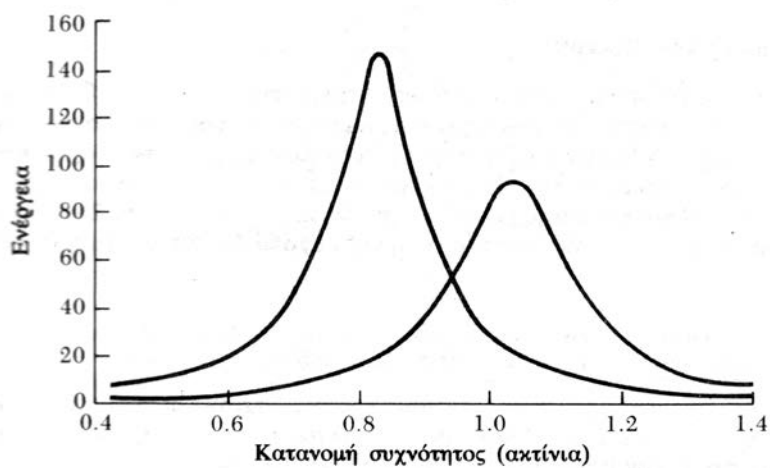
Η συχνότητα απόσπασης των
στροβίλων είναι : $v = u / 5,5 * d$

Ερμηνεία

Ο άνεμος δημιούργησε στροβίλους, οι οποίοι ασκούσαν στροφικές ροπές στο κατάστρωμα της γέφυρας.

Η ενέργεια από τις στροφικές ταλαντώσεις μεταφέρονταν στις κατακόρυφες ταλαντώσεις

Προκύπτει ότι η κατακόρυφη ταλάντωση είχε συχνότητα **8 /min** και η οριζόντια **10 /min**.



Σχήμα 4 Τυπικές τιμές τού $\Delta\omega$.