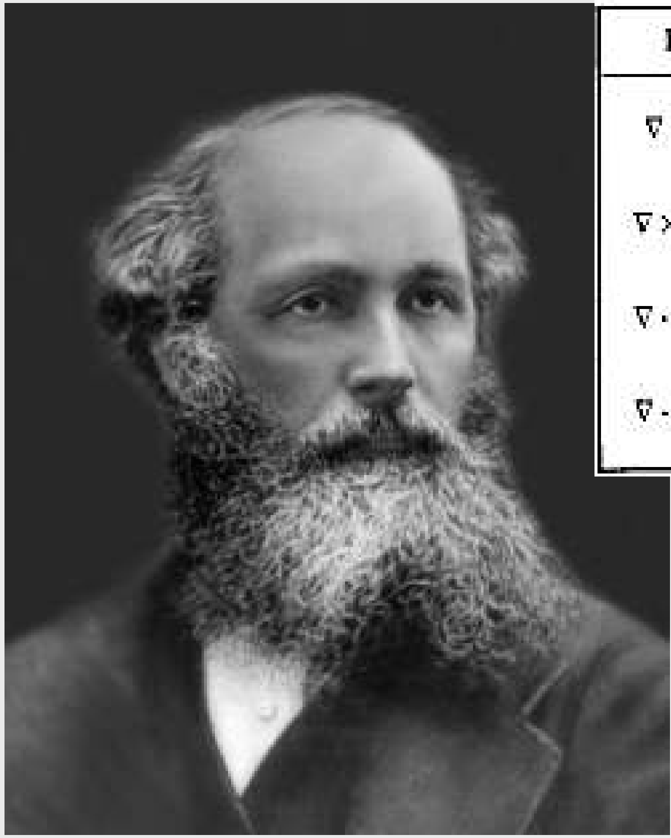
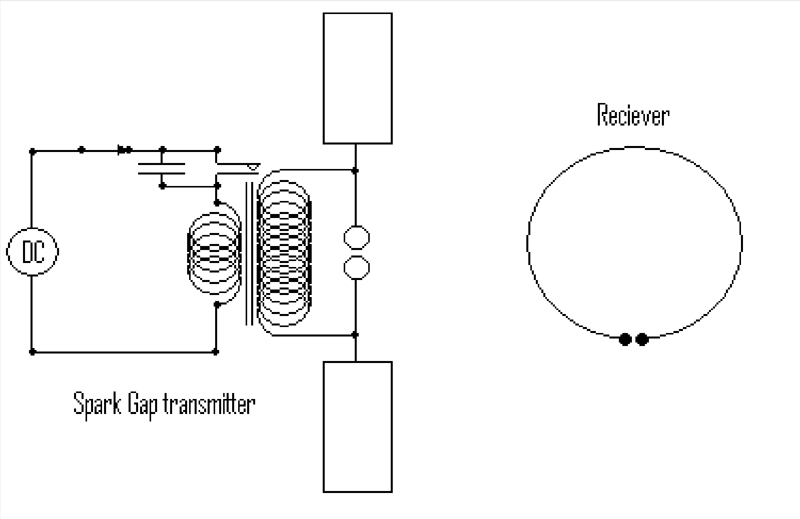
James C. Maxwell
1831-1879



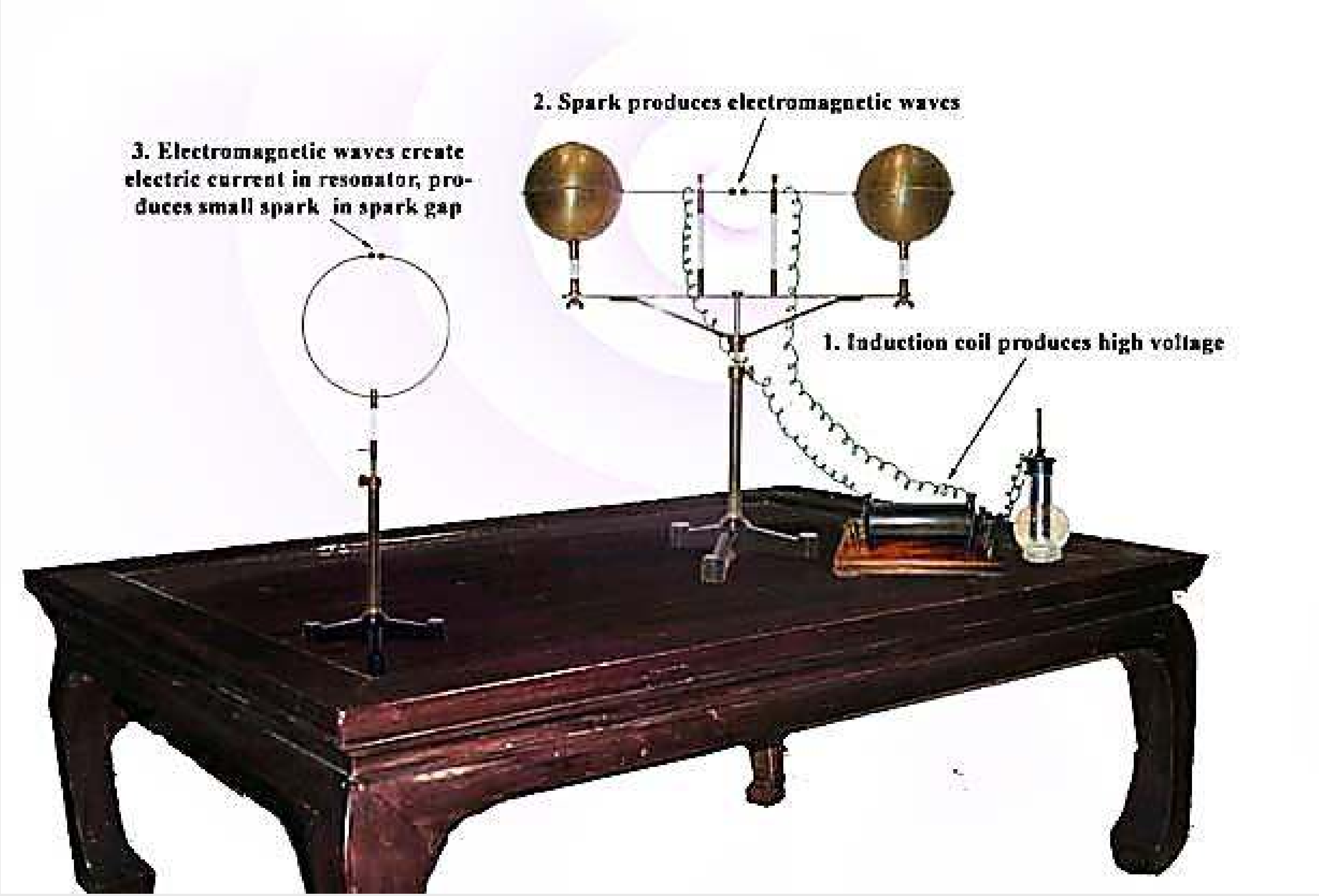
Point Form	Integral Form
$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(\mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{S}$ (Ampère's law)
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \cdot d\mathbf{S}$ (Faraday's law; S fixed)
$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_v \rho \, dv$ (Gauss' law)
$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$ (nonexistence of monopole)

Γνωστός επίσης για την στατιστική μελέτη των αερίων. (κατανομή Maxwell)

Heinrich Hertz
1857-1894



Πειράματα του Hertz



Εξισώσεις Maxwell

Ηλεκτρομαγνητικό Κύμα.

Εξίσωση Maxwell, από τον νόμο του Gauss

$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \oint_v \rho\, dv = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla}\, \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Θεώρημα απόκλισης: $\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \oint_v \left(\vec{\nabla} \vec{E} \right) dv$

Εξίσωση Maxwell, από τον νόμο του Gauss για τον μαγνητισμό

$$\oint_S \vec{B} d\vec{A} = 0 \qquad \vec{\nabla}\vec{B} = 0$$

Εξίσωση Maxwell από τον νόμο του Faraday

$$\oint \vec{E}\, d\vec{L} = -\int_{s} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Εξίσωση Maxwell από τον νόμο του Ampere και Maxwell

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{J}\, d\vec{A} = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \iint_S (\vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) d\vec{S} = \mu_0 I_{ολικό}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Διαφορική μορφή συνοπτικά:

$$\vec{\nabla}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla}\vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

Ολοκληρωτική μορφή συνοπτικά:

$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Διανυσματικό Δυναμικό

Γνωρίζουμε ότι η απόκλιση του στροβιλισμού μιας διανυσματικής συνάρτησης είναι μηδέν.

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \times \vec{F} \right) = 0$$

Άρα το πεδίο B μπορεί να γραφεί σαν στροβιλισμός ενός διανυσματικού πεδίου A

$$\vec{\nabla}\vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Διανυσματικό Δυναμικό

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right)}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla}\times\left(\vec{E}+\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right)=0$$

$$\Rightarrow \vec{E}+\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}=\vec{\nabla}f$$

Αν $f=-V$

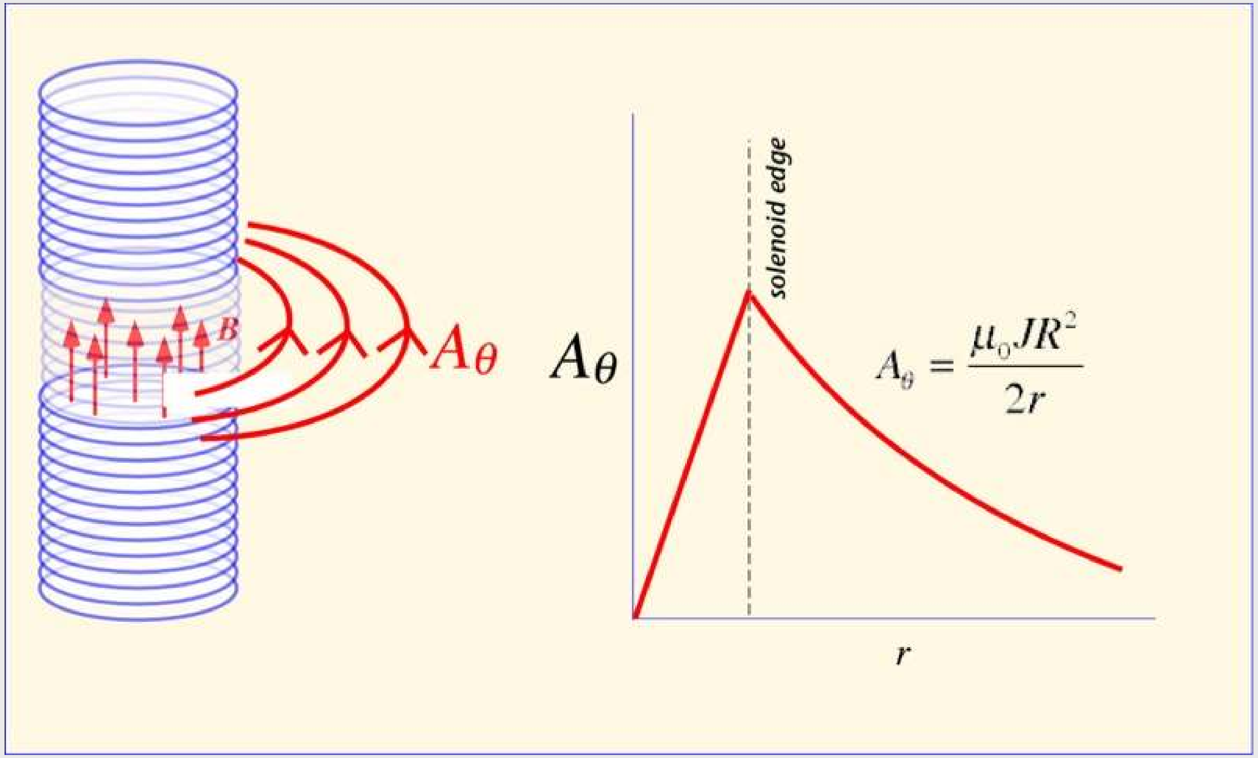
$$\vec{E}=-\vec{\nabla}V-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \vec{E}=-\vec{\nabla}V-\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} & V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int_V\frac{\rho}{r}dv \\ \vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A} & \vec{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int_V\frac{\vec{J}}{r}dv \end{array}}$$

Σύγκριση Ηλεκτρικών και μαγνητικών σχέσεων πεδίου, για μεταβαλλόμενα πεδία.

Για σημείο, Στροβιλισμός.	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\vec{\nabla}\times\vec{B} = -\mu_0\vec{J} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$
Ολοκλήρωση σε κλειστή διαδρομή.	$\mathcal{V} = \oint_L \vec{E}\,d\vec{l} = -\int_s \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}d\vec{S}$	$\oint_L \vec{B}\,d\vec{L} = \iint_S\left(\mu_0\vec{J} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)d\vec{s}$
Παραγωγή πεδίου από δυναμικό.	$\vec{E} = -\vec{\nabla}V - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$	$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$

Διανυσματικό Πεδίο σωληνοειδούς



Παρατηρούμε την ομοιότητα με το ρεύμα που διαρρέει του αγωγούς!

<u>Από το άρθρο:</u>

Διανυσματικό Δυναμικό ομοαξονικού αγωγού.

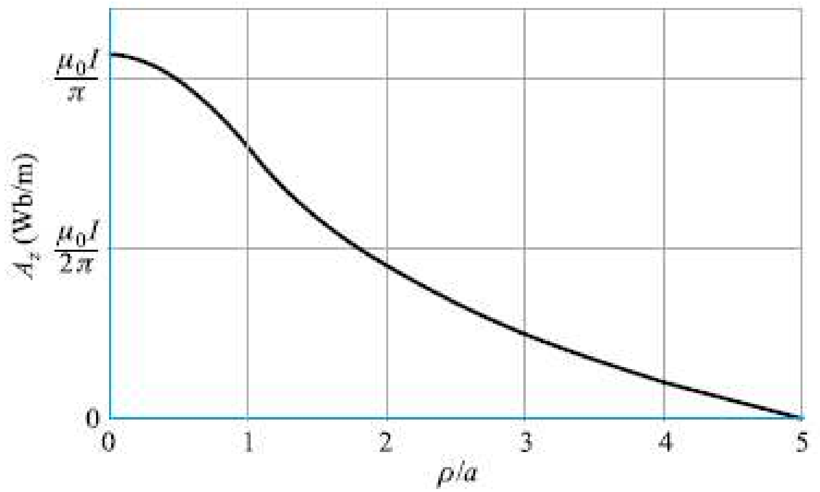


Figure 7.20 The vector magnetic potential is shown within the inner conductor and in the region between conductors for a coaxial cable with $b = 5a$ carrying I in the $\mathbf{a}_z$ direction. $A_z = 0$ is arbitrarily selected at $\rho = b$.

$$A_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{b}{\rho}$$

$$\boldsymbol{A} \,//\, \boldsymbol{J}$$

Engineering Electromagnetics - 8th Edition - William H. Hayt

Σχετικιστικός Μετασχηματισμός Ηλεκτρικού και Μαγνητικού Πεδίου

$$E'_x = E_x \qquad B'_x = B_x$$

$$E'_y = \frac{E_y - \dfrac{\upsilon}{c} B_z}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \qquad B'_y = \frac{B_y + \dfrac{\upsilon}{c^2} E_z}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

$$E'_z = \frac{E_z + \dfrac{\upsilon}{c} B_y}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} \qquad B'_z = \frac{B_z - \dfrac{\upsilon}{c^2} E_y}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

Επίπεδο Κύμα στο Κενό

Στο Κενό:

Διηλεκτρική Σταθερά	$\varepsilon=\varepsilon_0$
Πυκνότητα φορτίου	$\rho=0$
Μαγνητική Διαπερατότητα	$\mu=\mu_0$
Ρεύμα	$I=0$

Οι εξισώσεις Maxwell απλοποιούνται:

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\vec{E}=0 \qquad \vec{\nabla}\vec{B}=0$$

Επίπεδο Κύμα στο Κενό

Το επίπεδο κύμα που διαδίδεται κατά τον άξονα X χαρακτηρίζεται από:

$$\boxed{\begin{array}{ll} E_x = 0 & E_z = 0 \\ B_x = 0 & B_y = 0 \end{array}}$$

Οι διαφορικές εξισώσεις απλοποιούνται σε:

$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{\partial \boldsymbol{E_y}}{\partial \boldsymbol{x}} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B_z}}{\partial \boldsymbol{t}} \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{B_z}}{\partial \boldsymbol{x}} = -\boldsymbol{\mu}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0 \dfrac{\partial \boldsymbol{E_y}}{\partial \boldsymbol{t}} \end{array}}$$

Επίπεδο Κύμα στο Κενό

Προσπαθούμε να γράψουμε εξισώσεις που περιέχουν μόνο το ένα διάνυσμα, έστω το *E*.

Διαφορίζουμε την πρώτη σχέση.

Εναλλάσσουμε το διαφορικό $\frac{\partial}{\partial x}$ *με το* $\frac{\partial}{\partial t}$

Αντικαθιστούμε από την δεύτερη

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}_y}{\partial \boldsymbol{x}^2} = -\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{x}}\left(\frac{\partial \boldsymbol{B}_z}{\partial \boldsymbol{t}}\right) = -\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{t}}\left(\frac{\partial \boldsymbol{B}_z}{\partial \boldsymbol{x}}\right) = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{t}}\left(\boldsymbol{\mu}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}_y}{\partial \boldsymbol{t}}\right)$$

$$\boxed{\rightarrow \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}_y}{\partial \boldsymbol{x}^2} = \boldsymbol{\mu}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}_y}{\partial \boldsymbol{t}^2}}$$

Επαναλαμβάνουμε για τη δεύτερη εξίσωση.

$$\boxed{\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}_z}{\partial \boldsymbol{x}} = \boldsymbol{\mu}_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{B}_z}{\partial \boldsymbol{t}^2}}$$

Η εξισώσεις αντιπροσωπεύουν κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα:

$$\boxed{\boldsymbol{c} = \frac{1}{\sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{\mu}_0}}}$$

$\Sigma\tau o \quad \kappa\varepsilon\nu\acute{o}:$

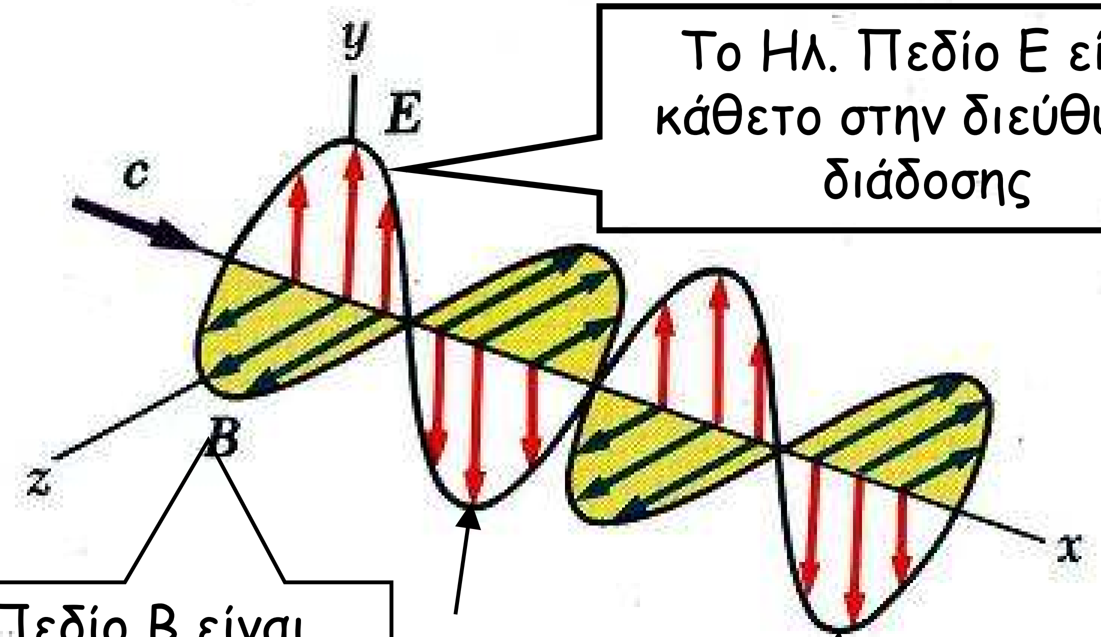
$c = 299,79\ Mm/s$ Μετρημένο

$\mu_0 = 400\pi\ nH/m$ Εξ' ορισμού

$\varepsilon_0 = 8.85\ pF/m$

Διάδοση κύματος.

Επίπεδο Κύμα



Το Ηλ. Πεδίο Ε είναι κάθετο στην διεύθυνση διάδοσης

Το Μαγ. Πεδίο Β είναι κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης.

Για κάθε σημείο σταθερής φάσης απαιτείται

$$\omega(t - z/c) = 2m\pi$$

Επίπεδο Κύμα

Γνωρίζουμε από την μηχανική ότι οι εξισώσεις αυτές δέχονται σαν λύση:

$$E = E_m \cos(kx - \omega t)$$

$$B = B_m \cos(kx - \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \omega = 2\pi f$$

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi / \lambda} = \lambda f = c$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = -kE_m \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\omega B_z \sin(kx - \omega t)$$

Αντικαθιστώντας στην: $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$

$$kE_m = \omega B_m$$

$$\boxed{\frac{E_m}{B_m} = \frac{\omega}{k} = c}$$

Εκτενής απόδειξη

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\quad(1)$$

$$\vec{J}=0$$

$$\vec{E}=\left(0,E_y,0\right)$$

$$\vec{B}=(0,0,B_z)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ 0 & 0 & B_z\end{vmatrix}=\frac{\partial B_z}{\partial y}\hat{i}-\frac{\partial B_z}{\partial x}\hat{j}$$

$$B_z\in\left(x,y\right)\quad\rightarrow\quad\frac{\partial B_z}{\partial y}=0$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x}=-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial E_y}{\partial t}\quad(2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial B_z}{\partial x}=-\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}\quad(3)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\qquad(4)$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ 0 & E_y & 0\end{vmatrix}=-\frac{\partial E_y}{\partial z}\hat{i}+\frac{\partial E_y}{\partial x}\hat{k}$$

$$E_y\in\left(x,y\right)\rightarrow\frac{\partial E_y}{\partial z}=0$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x}\hat{k}=-\frac{\partial B_z}{\partial t}\hat{k}\qquad(5)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}=-\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial E_y}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial E_y}{\partial t}\,(6)$$

$$\rightarrow\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial E_y}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial E_y}{\partial t}\quad(7)$$

$$(3),(7)\rightarrow\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}\qquad(8)$$

$$(6),(2)\rightarrow\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\frac{\partial^2 Bz}{\partial x^2}\qquad(9)$$

Συνέχεια

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \qquad (8)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 Bz}{\partial x^2} \qquad (9)$$

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Χρησιμοποιώντας τη δοκιμαστική λύση:

$$E_y = \sin k(x + mt)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = km \cos k(x+mt) \qquad \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = -k^2 m^2 \sin k(x+mt)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = k \cos k(x+mt) \qquad \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -k^2 \sin k(x+mt)$$

Αντικαθιστώντας στη (8) προκύπτει:

$$k^2 m^2 = k^2 \upsilon^2 \quad \rightarrow m = \pm \upsilon$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi\upsilon}{\lambda}$$

$$k = \frac{\omega}{\upsilon}$$

$$E_y = \sin(kx + \omega t) + \sin(kx - \omega t)$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

διαδίδεται αριστερά   ***διαδίδεται δεξιά***

Συνέχεια

Το σημείο P χαρακτηρίζεται από σταθερή φάση άρα ισχύει:

$$\chi + \upsilon t = const$$

Παραγωγίζοντας την παραπάνω παίρνουμε :

Το dx/dt είναι η ταχύτητα στον άξονα x του σημείου με σταθερή φάση P.

Το υ ονομάζεται φασική ταχύτητα. Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι το κύμα οδεύει προς τα αριστερά. (αρνητικό dx).
Αν το κύμα οδεύει προς τα δεξιά γράφουμε:

$$\frac{dx}{dt} = -\upsilon \quad \textit{φασική ταχύτητα}$$

μιγαδική έκφραση :

$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$$

$$E_y = E_0 e^{j(\omega t - kx)}$$

$$E_y = Re(E_0 e^{j(\omega t - kx)}) = E_0 \cos(\omega t - kx)$$

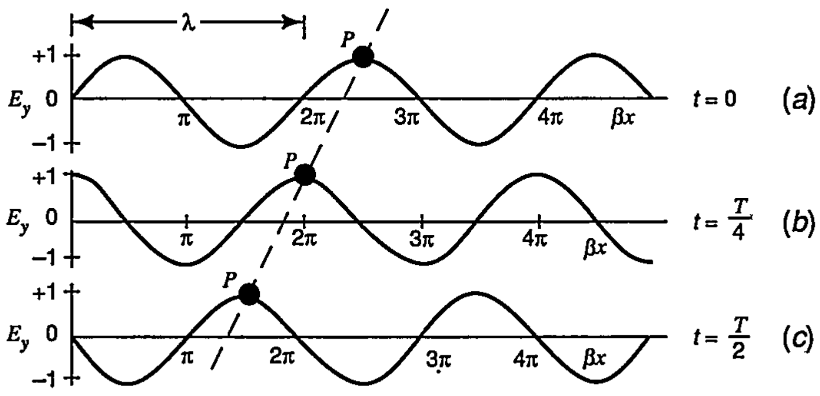


FIGURE 12-4
Curves for $E_y = \sin(\beta x + \omega t)$ at three instants of time: $t = 0$, $t = T/4$, and $t = T/2$. A const
point P moves to the left as time progresses.

$$E_y = sin(kx + \omega t)$$

$$E_y = sin(kx - \omega t)$$

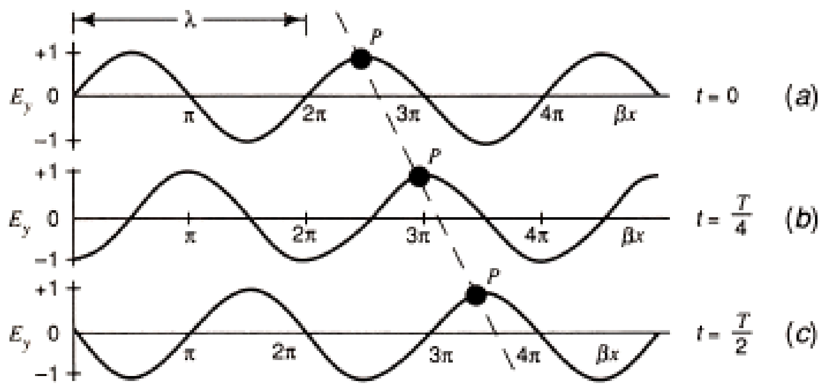
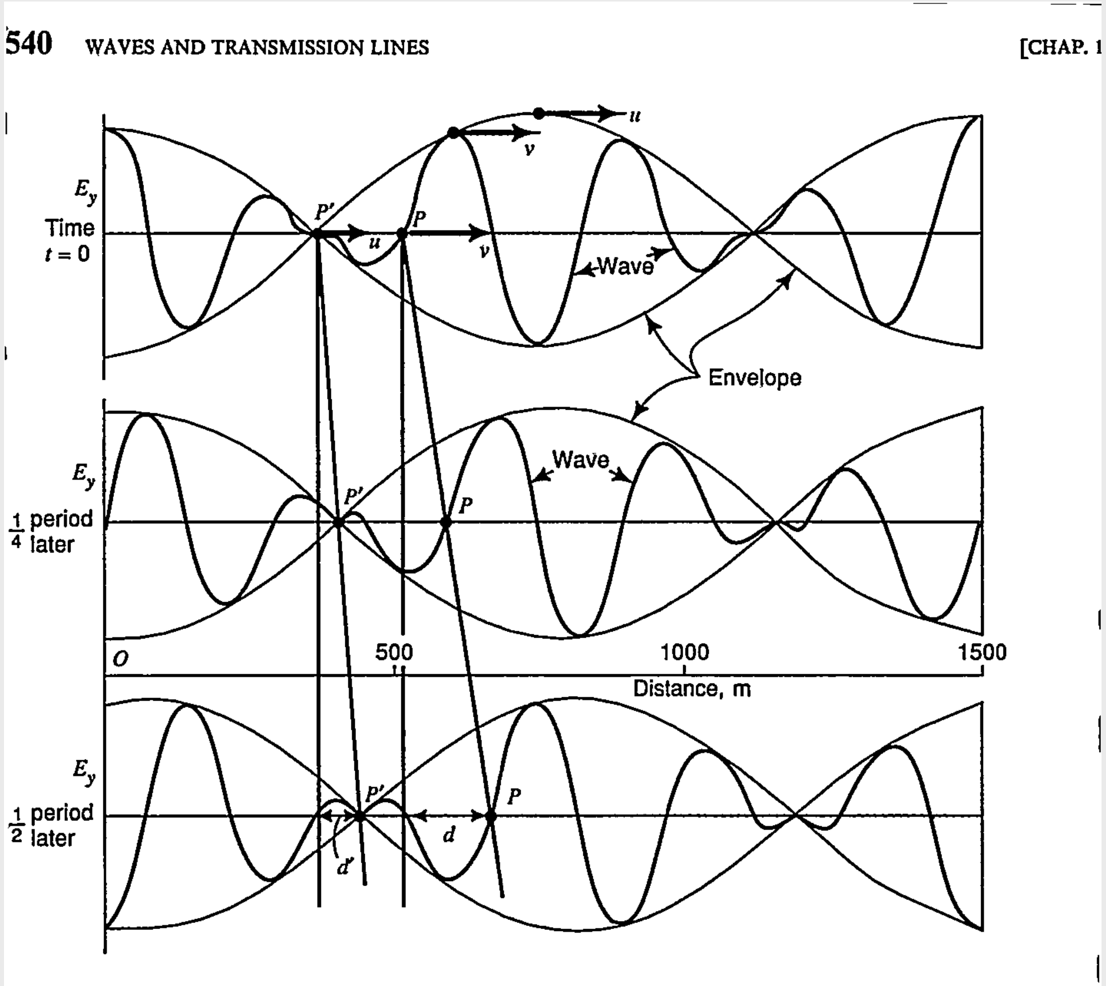


FIGURE 12-5
Curves for $E_y = \sin(\beta x - \omega t)$ at three instants of time: $t = 0$, $t = T/4$, and $t = T/2$. A c
point P moves to the right as time progresses. See also Fig. P12-13-1.

Ομαδική Ταχύτητα

$$\upsilon_g = \upsilon + k\frac{d\upsilon}{dk}$$



Στάσιμο Κύμα

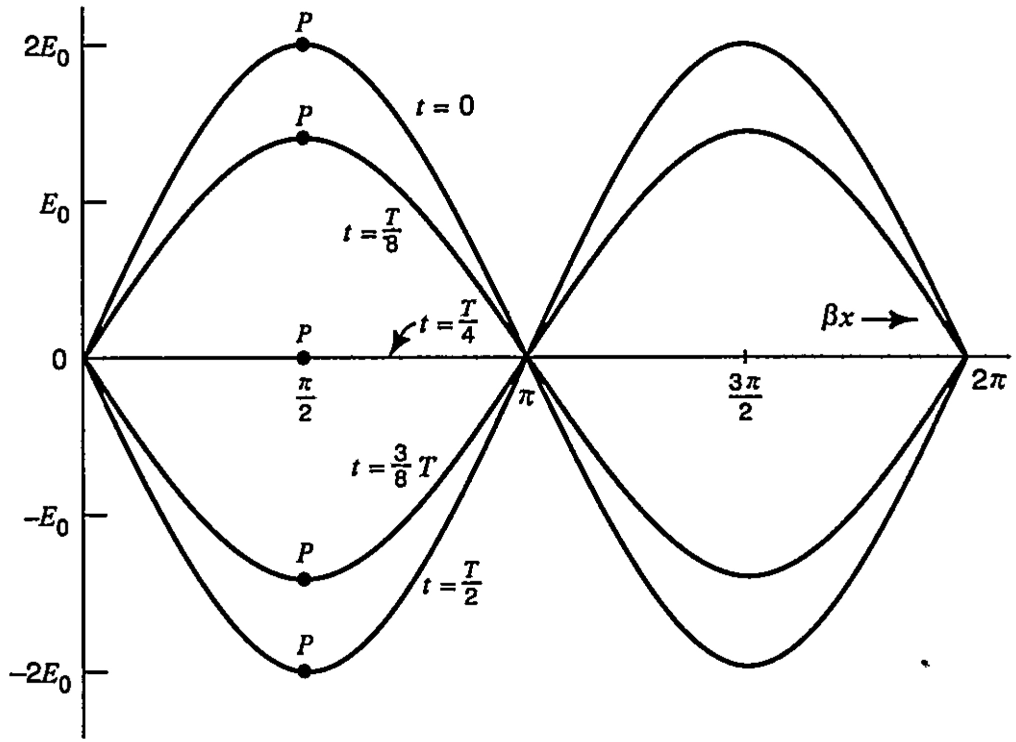


FIGURE 12-43
Two equal and opposite traveling waves result in a pure standing wave with E_y shown at v instants of time.

$$S_x = -4E_0H_0 \cos \omega t \sin \omega t \cos \beta x \sin \beta x \qquad (26)$$

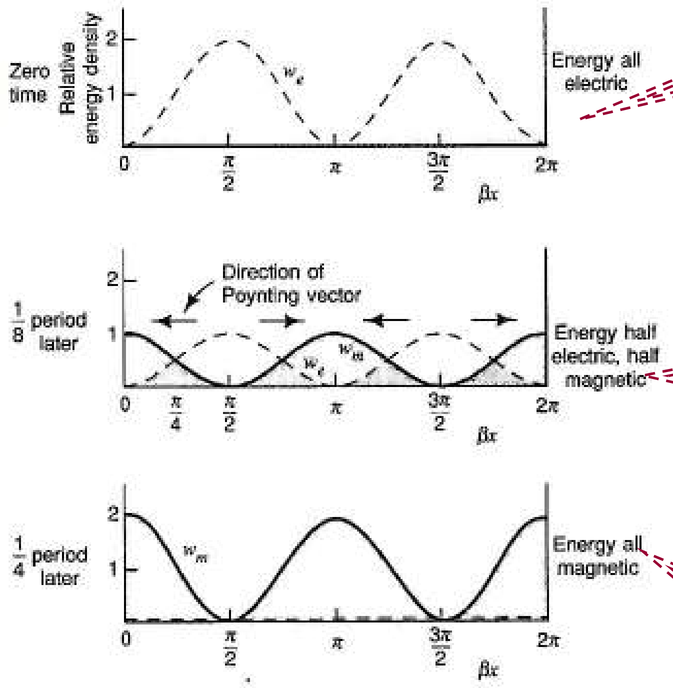
Putting H_0 in terms of E_0 gives

$$S_x = -4\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\, E_0^2 \cos \omega t \sin \omega t \cos \beta x \sin \beta x \qquad (27)$$

and the peak value of the Poynting vector is

$$\text{Peak } S_x = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\, E_0^2$$

Πυκνότητα Ενέργειας Ηλ. πεδίου

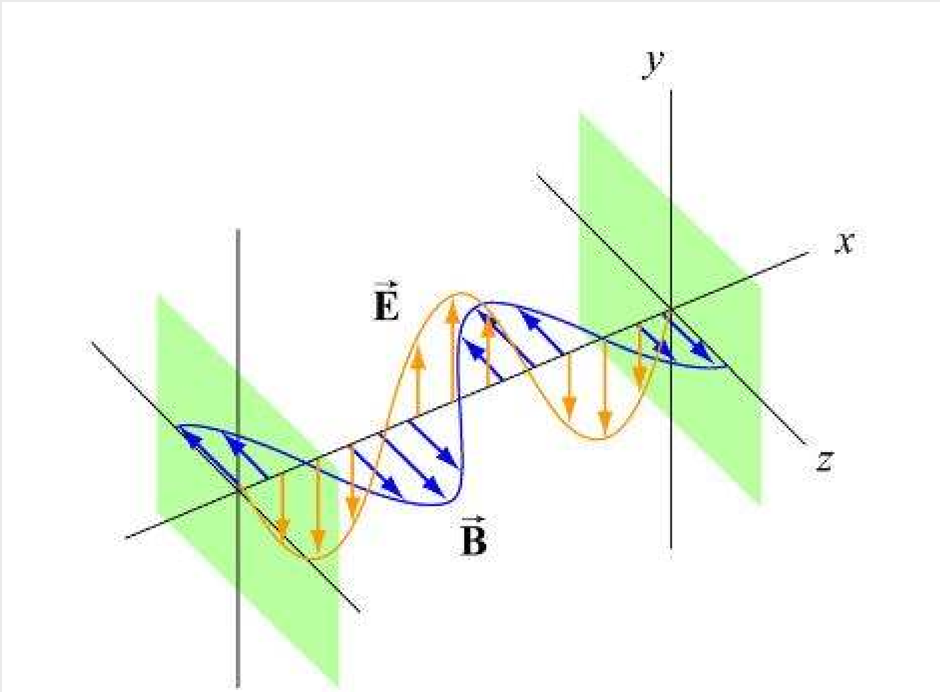


Σύγκριση ενέργειας Ενέργειας και φορά Poynting

Πυκνότητα Ενέργειας Μαγν. πεδίου

FIGURE 12-58
Total electric and magnetic energy densities at three instants of time for a pure standing wave. Conditions are shown over a distance of 1λ ($\beta x = 2\pi$). There is no net transmission of energy in a pure standing wave but locations of energy move back and forth. The situation here (pure standing wave) is identical with that in a short-circuited transmission line or in a resonator (Chap. 14).

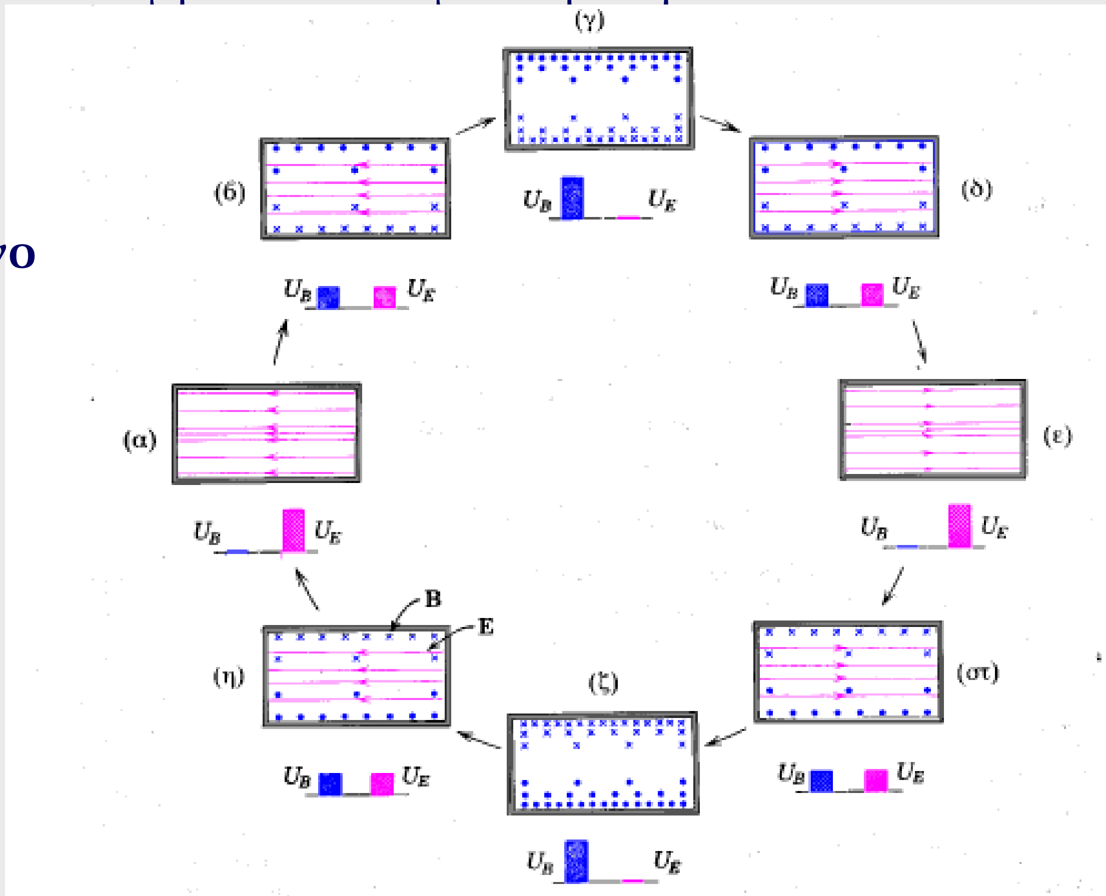
Ανάμεσα στο Ηλεκτρικό και Μαγνητικό Πεδίο υπάρχει διαφορά φάσης π/4.



Στάσιμο Ηλεκτρομαγνητικό κύμα

- Στον ορθογώνιο κυματοδηγό βλέπουμε στιγμιότυπα από ένα στάσιμο Η.Μ. κύμα. Τα στιγμιότυπα απέχουν μεταξύ τους Τ/8. Οι γραμμές του Ηλεκτρικού Πεδίου είναι διαμήκεις ευθείες ,ενώ του Μαγνητικού είναι κύκλοι που συμβολίζονται με τα βέλη.

Το μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο δημιουργεί μαγνητικό πεδίο.



Απόδειξη των διαφορικών ξεκινώντας από τους νόμους της ροής.

$$\oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

$$E(x+dx,t) = E(x,t) + \frac{dE}{dx}dx = E(x,t) + \frac{\partial E}{\partial x}dx$$

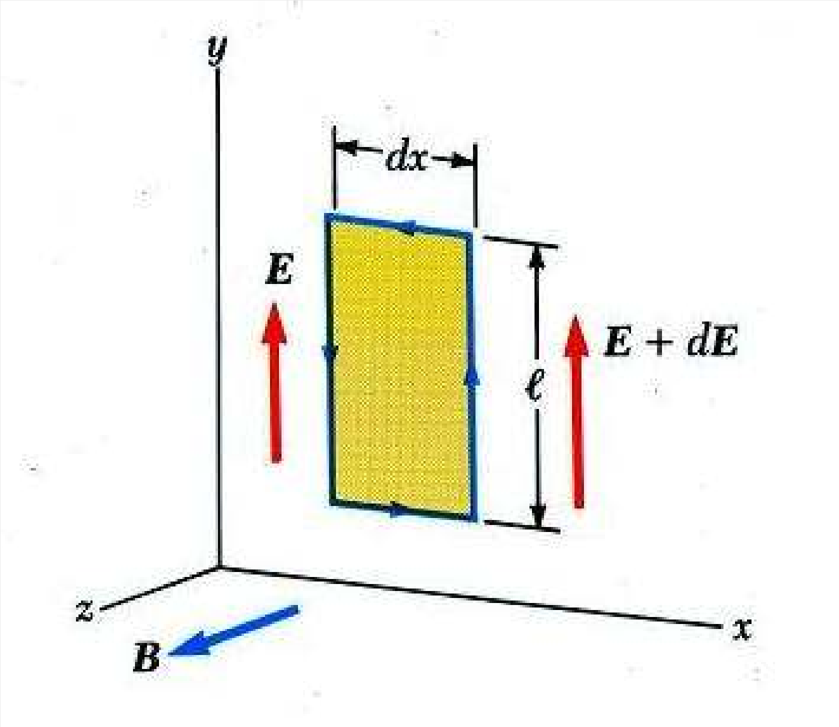
$$\oint \vec{E}\, d\vec{l} = E(x+dx,t)\cdot l - E(x,t)\cdot l = \frac{\partial E}{\partial x}dx \cdot l$$

$$\Phi_M = B\, l\, dx$$

$$\frac{d\Phi_M}{dt} = l dx \frac{dB}{dt}$$

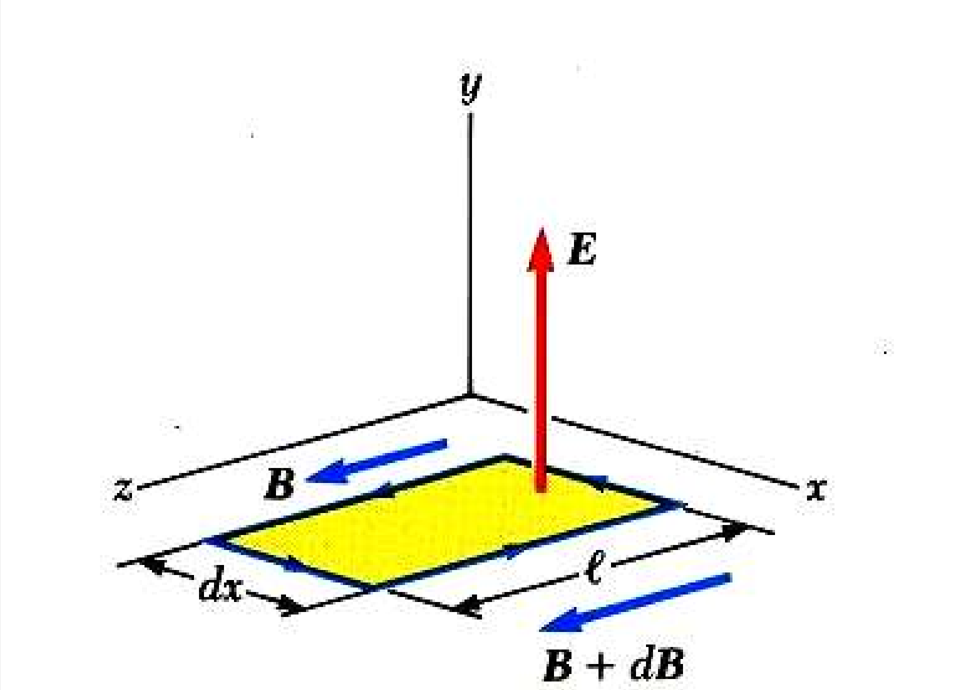
$$\frac{\partial E}{\partial x} l dx = -l dx \frac{dB}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{dB}{dt}$$



Απόδειξη των διαφορικών

$$\oint \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$



$$B(x+dx,t) = B(x,t) + \frac{dB}{dx}dx = B(x,t) + \frac{\partial B}{\partial x}dx$$

$$\oint \vec{B}\,d\vec{l} = B(x+dx,t)\cdot l - B(x,t)\cdot l = \frac{\partial B}{\partial x}dx \cdot l$$

$$\Phi_E = E\,l\,dx$$

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = ldx\frac{dE}{dt}$$

$$\frac{\partial B}{\partial x}ldx = -\varepsilon_0\mu_0\frac{q}{r}ldx\frac{dE}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial B}{\partial x} = -\varepsilon_0\mu_0\frac{dE}{dt}$$

Εάν το μέσο είναι ομογενές και γραμμικό, σχέσεις γίνονται:

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}_y}{\partial \boldsymbol{t}^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}_y}{\partial \boldsymbol{x}^2} \qquad (8)$$

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}_z}{\partial \boldsymbol{t}^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 \boldsymbol{Bz}}{\partial \boldsymbol{x}^2} \qquad (9)$$

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

$\Sigma\tau o \quad \kappa\varepsilon\nu\acute{o}:$

$c = 299,79\ Mm/s$ Μετρημένο

$\mu_0 = 4\pi\ nH/m$ Εξ΄ ορισμού

$\varepsilon_0 = 8.85\ pF/m$

Επίπεδο Κύμα στο κενό

$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0\, I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Αν $I=0$

$$\oint \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

$$\oint \vec{B}\, d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Το επίπεδο κύμα, έχει συνιστώσες E_x B_z

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

Παραγωγίζουμε, αντικαθιστούμε

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial B_z}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}\right)$$

$$\boxed{\rightarrow \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}} \qquad \boxed{\frac{\partial^2 B_z}{\partial x} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}}$$

Εξίσωση κύματος με ταχύτητα: $\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}$

Η ένταση του Ηλεκτρικού πεδίου ενός επίπεδου κύματος που ταξιδεύει κατά μήκος του άξονα z είναι 250 V/m. Αν $E=E_x$ i και ω=1.00 Mrad/s Υπολογίστε (α) την συχνότητα (β) το μήκος κύματος (γ) το κυματάνυσμα (δ) το πλάτος του Β

Οι προδιαγραφές προστασίας από ηλεκτρομαγνητικά κύματα 400-2000MHz, ορίζουν ότι η έκθεση δεν πρέπει να υπερβαίνει πυκνότητα ισχύος f/200 W/m^2 . Υπόλγίστε την μέγιστη τιμή του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου για συχνότητα 2000MHz.

(E=87 V/m)