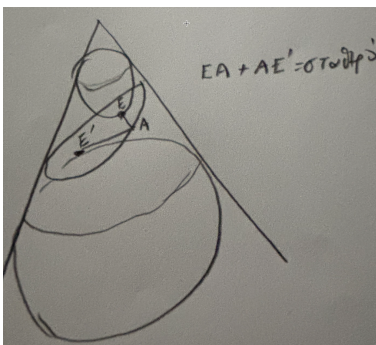


Ασκήσεις Μηχανικής Μεταπτυχιακού-2024-2025

2 Οκτωβρίου 2024

1 Για τη Δευτέρα 07/10



1. Η καμπύλη που προκύπτει από την οξεία τομή ορθού κώνου με επίπεδο είναι έλλειψη. Εγγράψτε μία σφαίρα στον εσωτερικό χώρο μεταξύ επιπέδου και του κώνου. Η εγγεγραμμένη σφαίρα εφάπτεται με το επίπεδο στο σημείο E. Ομοίως εγγράψτε την περιγεγραμμένη σφαίρα στον εξωτερικό χώρο (βλ. Σχήμα). Η περιγεγραμμένη σφαίρα εφάπτεται με το επίπεδο στο σημείο E'. Δείξτε ότι τυχόν σημείο A της κωνικής τομής έχει τη ιδιότητα το άθροισμα των αποστάσεων $AE + AE'$ να είναι σταθερό.

13 2. (Νεύτων) Θέλουμε να προσδιορίσουμε αν κομήτης που κινείται στο βαρυντικό πεδίο του Ήλιου είναι σε παραβολική τροχιά. Αν είναι, τότε η ταχύτητα του (υπολογισμένη στο μη αδρανειακό πλαίσιο του Ήλιου) σε κάθε σημείο της τροχιάς του είναι πάντοτε ίση με $\sqrt{2}$ φορές την ταχύτητα του κομήτη σε κυκλική τροχιά περί των Ήλιου.

17 3. (α) Σχεδιάστε τις τροχιές στο σύστημα KM δύο σωμάτων μάζας $m_1 = 2, m_2 = 1$ των οποίων η σχετική απόσταση εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας 1.

18 (β) Σχεδιάστε τις τροχιές που προκύπτουν σε ένα άλλο σύστημα αναφοράς.

20 4. Σωματίδια σκεδάζονται από μία μη ελαστική σφαίρα ακτίνας R . Σε αυτήν την σκέδαση τα σωματίδια κινούνται ελεύθερα στο χώρο $r > R$, διατηρείται η στροφορμή τους αλλά κατά την κρούση η ταχύτητα των σωματιδίων πολλαπλασιάζεται με τον παράγοντα $e \geq 0$ ($e < 1$ μη ελαστική κρούση, $e > 1$ υπερελαστική). Προσδιορίστε τη διαφορική διατομή $d\sigma/d\Omega$ και την ολική διατομή της σκέδασης αυτής σε αυτόν τον στόχο συναρτήσει του e .

21

22

23

24