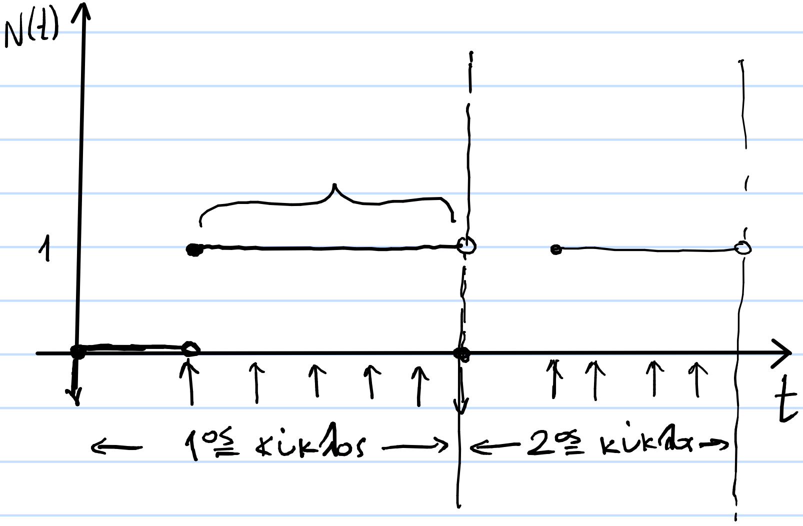
Θεωρούμε ένα σύστημα εξυπηρέτησης στο οποίο οι πελάτες φθάνουν σύμφωνα με μια διαδικασία Poisson(λ) και το οποίο έχει έναν υπάλληλο. Κάθε πελάτης που βρίσκει τον υπάλληλο ελεύθερο αρχίζει να εξυπηρετείται και ο χρόνος εξυπηρέτησής του έχει κατανομή $F_X(x)$. Κάθε πελάτης που βρίσκει τον υπάλληλο απασχολημένο αναχωρεί άμεσα από το σύστημα και χάνεται για πάντα. Να βρεθεί το μακροπρόθεσμο μέσο ποσοστό των χαμένων πελατών.

λύση:

Αντώνης Οικονόμου



C = # πελ. που χάνονται σε 1 κύκλο

A = # πελ που φθάνουν σε 1 κύκλο

ΣΑΘΚ ⇒

$$\text{Μακροπροθ. ρυθμός χαμ. πελατών} = \frac{E[C]}{E[\text{διαρκ. κύκλου}]}$$

$$\text{Μακροπροθ. ρυθμός αφίξεων} = \frac{E[A]}{E[\text{διαρκ. κύκλου}]}$$

$$\text{Ποσοστό χαμένων πελατών} = \frac{\text{Μακροπροθ. ρυθμός χαμ. πελ.}}{\text{Μακροπροθ. ρυθμός αφίξεων}} = \frac{E[C]}{E[A]} = \frac{E[C]}{1+E[C]}$$

Αντώνης Οικονόμου

$$E[C] = E[\#\text{ Poisson αφίξεων με ρυθμό } \lambda \text{ σε 1 χρ. εξυπ}]$$

$$= E[N(X)], \quad \{N(t)\} \text{ στοχ. διαδ. Poisson}$$
$$X \sim F_X(x) \text{ χρ. εξυπηρ.}$$

$$= E[\underbrace{E[N(X) \mid X]}_{\lambda X}] = \lambda E[X].$$

$$\begin{array}{c}\text{Μακροπροθ. ποσοστό} \\ \text{χαμ. πελατών}\end{array} = \frac{E[C]}{1 + E[C]} = \frac{\lambda E[X]}{1 + \lambda E[X]}.$$